

*Allan Hernández
Alberto Trejos*

Riesgo moral fiscal debido a la integración monetaria

Resumen

Elaboramos un modelo en el cual una moneda única desempeña el papel de medio de cambio en dos países, mientras que sus gobiernos son libres de determinar su saldo fiscal y la medida en la que necesitan obtener señoreaje de la moneda común. Demostramos que las acciones de cada gobierno afectan el desempeño económico del otro país, debido a su relación comercial y, fundamentalmente, debido a su integración monetaria. Entonces, endogenizamos la política fiscal de cada uno de los gobiernos, y hallamos que en equilibrio elegirán mayores déficits que si no compartieran una moneda. Además, sus opciones de política son ineficientes en el sentido de que si pudieran negociar y comprometer su política fiscal, elegirían déficits menores. Su ineficiencia es peor si uno de los socios es muy pequeño o muy improductivo en comparación con el otro, ya que el riesgo moral sobre el gobierno más pequeño y más pobre sería mayor.

Abstract

We develop a model in which a single currency plays the role of medium of exchange in two countries, while their governments

A. Hernández, Universidad de Costa Rica, y A. Trejos, profesor pleno de la Facultad de Economía, INCAE, Business School. Correspondencia: <alberto.trejos@incae.edu>.

are free to determine their fiscal balance and the extent to which they need to extract seigniorage from the common currency. We show that the actions of each government affect the economic performance of the other country, due to their trade relationship and, mostly, due to their monetary integration. We then endogenize each government's fiscal policy, and find that in equilibrium they will choose higher deficits than if they did not share a currency. Moreover, their policy choices are inefficient in the sense that if they could negotiate and commit their fiscal policy, they would choose smaller deficits. The inefficiency is worst if one of the partners is very small, or very unproductive, relative to the other, as the moral hazard on the smaller or poorer government would be larger.

1. INTRODUCCIÓN

El hecho de compartir una moneda puede generar lazos fuertes e interesantes entre dos países. Se podría argumentar, por ejemplo, que este tipo de acuerdo facilita el comercio al reducir tanto los costos de las transacciones (entre ellos, el de cambiar una divisa por otra o mantener saldos positivos en diversas monedas) y los riesgos asociados con el comercio internacional (principalmente, por la volatilidad del tipo de cambio). En algunos casos, cuando los países han elegido dejar de lado su moneda nacional (como por ejemplo con la dolarización de El Salvador y de Ecuador, o la creación del euro), estos argumentos han demostrado ser particularmente relevantes, ya que sus economías se han integrado más al mundo, y han caído sus tasas de interés (las cuales reflejan el riesgo del tipo de cambio), con la adopción de la nueva moneda. Para un estudio sobre este tema, ver Trejos (2004).

Una vez que se comparte la moneda, por otro lado, las reglas son importantes. En casos en los cuales una nación simplemente comienza a usar la moneda de otra como medio de cambio, aparecen dos problemas: que el país que adopta la divisa pierde control de la política monetaria –el ciclo económico en el país adoptante podría estar desincronizado con el

del país emisor, por lo tanto la política resultante está particularmente mal adaptada a la de este último— y el no tener una moneda propia implica que el gobierno de uno no obtiene beneficio alguno, y que los ciudadanos locales siguen *pagando un impuesto inflacionario* por la creación de dinero del emisor, cuyo señoreaje es captado por un gobierno extranjero.

Al menos durante la creación del euro, se fijó como criterio que un grupo de miembros de una unión económica, con políticas coordinadas, con voz en las decisiones de política monetaria y actuando como coemisores de la moneda, pudiera obtener los beneficios mencionados en el primer párrafo sin los sacrificios señalados en el segundo. Sin embargo esta decisión tiene sus propios costos y riesgos. Una inquietud podría ser el posible riesgo moral en cuanto a los temas fiscales (ya que *mi* desequilibrio fiscal en parte será pagado al extraer el señoreaje de *nuestra* moneda, y entre otras cosas esto incrementa *tu* inflación); en otras palabras, que una moneda y una política monetaria comunes tentarían a los gobiernos miembro a incurrir en una laxitud fiscal, con sus consecuencias eventuales.¹

Este balanceo entre la facilitación del comercio que se deriva de compartir una moneda y las fallas de la política macroeconómica en ausencia de una coordinación está sin duda en el centro de algunos asuntos importantes de nuestro tiempo, y especialmente en la propagación de la crisis financiera entre

¹ En los primeros años de la historia de Estados Unidos, algunos pensaban que el riesgo moral podría destruir a la Unión, y eligieron por un siglo no tener una moneda única emitida por el gobierno federal. Sólo cuando se generaron las condiciones constitucionales que sometieron a los estados a restricciones vinculantes respecto a las finanzas públicas, se creó un dólar federal. Del mismo modo, en el Reino Unido y en Dinamarca, los debates que finalmente los disuadieron de integrarse al euro incluyeron invariablemente que, como miembros relativamente ricos de una moneda única, estarían obligados por las circunstancias a transferir recursos para resolver los inevitables problemas fiscales de sus vecinos más pequeños.

los miembros de la Unión Europea. Un poco de teoría podría aportar a este debate.

Enfocamos este tema con un modelo en el cual el dinero es esencial –en el sentido de que su uso emerge de manera endógena de las fricciones en el proceso de intercambio– y existe una interacción estratégica de las autoridades fiscales (independientes) de los países que comparten una moneda. Es un modelo de búsqueda (*search*) con un problema de doble coincidencia de necesidades, donde existe un equilibrio en el que un activo intrínsecamente inútil es líquido y sirve como medio de cambio. Es un modelo en el cual el comercio con extranjeros es comparativamente menos frecuente que entre locales, pero no imposible, con lo cual se puede plantear la pregunta de qué moneda circula dónde, y quién compra a quién. Es también un modelo en el cual los gobiernos locales pueden extraer señoreaje –generar un flujo de ingresos reduciendo el valor del dinero– como parte de sus finanzas públicas, actuando con independencia de los otros gobiernos con los que comparte una política monetaria.

La estructura básica del modelo está inspirada en Matsuyama, Kiyotaki y Matsui (1993). Siguiendo a Trejos y Wright (1995) y a Shi (1995) cambiamos el modelo MKM introduciendo un juego de regateo que hace que los precios sean endógenos (si bien no el tipo de cambio nominal), siguiendo la línea de Wright y Trejos (2001). En estos modelos, cada país emite su propia moneda, ya que la cuestión clave tiene que ver con la *dolarización espontánea*: comprender circunstancias en las que una moneda (por ejemplo, el peso) sólo circula en la país que lo emite mientras que otra moneda (por ejemplo, el dólar) circula por todas partes, como consecuencia de las elecciones privadas de los individuos, y no por diseño ni por una decisión de políticas. A partir de este modelo, se puede predecir otro equilibrio, donde cada moneda circula por todas partes, es particularmente robusto, y en él las diversas divisas se convierten en sustitutos perfectos de manera relevante.

En este artículo, basándonos en este último hallazgo, suponemos que hay una moneda única emitida por un banco

central conjunto, ya que queremos enfocarnos en las situaciones donde la misma moneda circula por todas partes, y ambos países se coordinan para determinar la oferta de dinero, pero actúan de manera independiente en su elección de la política fiscal (que es parcialmente financiada por el señoreaje).

Hallamos que compartir una moneda genera entre los dos gobiernos un problema de falta de coordinación semejante al riesgo moral. El valor real del dinero en *ambos* países se ve afectado por la responsabilidad fiscal (o la falta de la misma) de *ambos* gobiernos, y no es de sorprender que cada uno tome decisiones pensando en sus propios ciudadanos, sin tener en cuenta el efecto que tienen sobre el otro. En equilibrio, cada gobierno elige un faltante fiscal excesivamente alto. Las metas de política de ambos gobiernos se lograrían mejor si hubiera un mecanismo de compromiso vinculante que limitara sus opciones pero, ante la falta de tales mecanismos vinculantes, eligen extraer mayor señoreaje, y el equilibrio resultante es ineficiente en términos de Pareto. Las uniones monetarias acarrearán problemas fiscales.

Mientras mayor sea la asimetría de tamaño o de productividad entre ambas economías, más fuertes serán los incentivos de riesgo moral en las economías más pequeñas, y así mayor será el déficit en que elijan incurrir, y los costos que trasladan a su socio en la unión monetaria. En realidad, hay un valor crítico de la asimetría del tamaño y, más allá de esto, la crisis fiscal es simplemente inevitable.

Estos resultados pueden servir para explicar algunos de los errores en el diseño del euro que llevaron a la crisis actual.

La sección 2 describe el entorno económico y la sección 3 describe los equilibrios y los resultados clave respecto a la existencia y singularidad del equilibrio para la economía privada, dados los parámetros de la política. En la sección 4 endogenizamos esos parámetros de política y calculamos las opciones de equilibrio de los gobiernos. La sección 5 examina algunas ampliaciones relevantes y las conclusiones.

2. ENTORNO

El tiempo es un continuo y se extiende para siempre. Hay dos grupos, o nacionalidades, con participaciones $n_1 = n$ y $n_2 = 1 - n$ del total de la población. Sin pérdida de generalidad, suponemos que $n \geq 1/2$. Ambas poblaciones crecen a una tasa exógena $\gamma > 0$. Todos los agentes producen y consumen bienes, que vienen en muchas variedades, y que no son almacenables. Un agente dado siempre produce la misma variedad pero cambia con el tiempo las variedades que quiere consumir. La cantidad y la configuración de variedades implican que la frecuencia de autoproducción (la situación en la cual un agente quiere una variedad que es capaz de producir) o de una doble coincidencia de necesidades (la situación en que un par de agentes producen, casualmente, cada uno la variedad que el otro quiere) es cero. La variedad de producción y consumo de un agente, y su nacionalidad son siempre observables.

El consumo de unidades Q de la variedad correcta pueden ofrecer una utilidad $u(Q)$, donde $u(0) = 0$, $u'(Q) > 0$ y $u''(Q) < 0$. La producción de aquellas unidades Q de los bienes requiere de una desutilidad del esfuerzo de la mano de obra $c(Q) = Q$. Hay un valor Q que satisface $\bar{Q} = u(\bar{Q})$.

Los agentes se encuentran al azar, por medio de un proceso de Poisson. Alguien de nacionalidad i encuentra a otros nacionales de i (con quienes tiene coincidencia simple de necesidades) a una tasa de llegada $\alpha_{ii} = \alpha$, y nacionales de k o extranjeros ($k \neq i$) con una tasa de llegada $\alpha_{ik} = \alpha \phi n_k / n_i$, donde $\alpha > 0$ y $\phi \in [0, 1)$. El parámetro ϕ puede interpretarse como un grado de integración entre las dos economías: cuando $\phi = 0$, no hay comercio entre los ciudadanos de nacionalidades diferentes; cuando $\phi = 1$, es tan probable que un comprador encuentre a un miembro de un conjunto de vendedores locales como que encuentre a un miembro de un conjunto de la misma medida de vendedores extranjeros. No hay reuniones de agentes múltiples o interacciones centralizadas de cualquier tipo; en especial, no hay un mercado *walrasiano* donde toda la

población pueda intercambiar, de una vez y de manera anónima, a un precio que iguala oferta y demanda.²

Como es imposible la doble coincidencia de necesidades y la autoproducción, y los productos no pueden usarse como dinero porque no son almacenables, la única manera de que los agentes comercialicen en este entorno es si hay un objeto que puede usarse como medio de canje. Suponemos que hay un banco central, común para ambos países, que pone en circulación un objeto como este, al cual llamamos dinero. El dinero no tiene valor intrínseco y no puede ser producido o consumido por un agente regular, pero es almacenable y comercializable. A fin de simplificar, también suponemos que es indivisible y que no puede ser acumulado en más de una unidad a la vez.³ El banco central pone dinero en el mercado, dotando con una unidad del mismo a una fracción M de los agentes recién nacidos.

La existencia de un equilibrio monetario dependería de las expectativas. En especial, si todos los agentes esperan que el dinero no tenga valor en el intercambio, esta expectativa se cumple a sí misma. Por otra parte, si ellos esperan que otros estén dispuestos a producir cierta cantidad Q de bienes a cambio de dinero, podrían estar dispuestos a producir ellos mismos cierta cantidad q también a cambio de dinero, y es posible que existiera un equilibrio monetario donde el dinero tendría valor, si hubiera un punto fijo donde $q = Q > 0$. Es este equilibrio lo

² Note que esta especificación de las tasas de llegada significa que las transacciones internas son igualmente frecuentes en ambos países, que las oportunidades de intercambio interno son relativamente más fáciles de lograr que las oportunidades de intercambio externo y que las transacciones internacionales son más frecuentes desde el punto de vista del ciudadano del país menos poblado, $i=2$.

³ Se podría construir aquí un modelo más complicado donde el dinero es divisible y acumulable, de acuerdo con Lagos y Wright (2005). Pero para los fines específicos y muy prácticos de este trabajo, no son necesarias las complejidades de esta generalización. Para un análisis más profundo de las implicancias de la indivisibilidad y sus aplicaciones en la economía monetaria y en las finanzas, ver Trejos y Wright (2012).

que nos ocupa aquí.⁴ Suponemos que Q está determinado por la negociación. Para ser precisos, si un comprador y un vendedor adecuado esperan un superávit que no será negativo por el intercambio, ingresan en un juego de ofertas alternadas, al estilo de Rubinstein (1982), en el que el poder de negociación del vendedor está denotado por σ . Es bien conocido que el equilibrio de ese juego es un nivel Q que satisface una solución axiomática de Nash, cuya forma puede ser derivada explícitamente y corresponde a la fórmula utilizada más adelante.

Además del banco central, también hay dos gobiernos nacionales, que extraen un flujo impositivo (o señoreaje) retirando una parte del valor de las transacciones monetarias. Nosotros simplemente suponemos que el gobierno i se apropia, por medio de impuestos, de ciertos productos fabricados por los vendedores de un país i . Para ser precisos, si un comprador y un vendedor acuerdan y encuentran que el intercambio es posible y deseable, ellos negocian, el vendedor produce y comercializa los bienes a cambio del dinero del comprador. Posteriormente el gobierno del país del vendedor podría aparecer y, con probabilidad μ_i , confiscar los productos.⁵ La fracción de la población del país i que tiene dinero en cualquier punto dado en el tiempo se denota m_i .

⁴ En Matsuyama *et al.* (1993) y en Trejos y Wright (2001), se supone que cada país emite su propia moneda, ya que el principal interés es determinar de manera endógena qué monedas circularían dónde, y si podría surgir un equilibrio con la *moneda internacional* (esto es, donde una moneda circulara solamente dentro de un país mientras que otra circulara internamente y en el exterior). En aquel modelo, siempre existió un equilibrio *global*—particularmente robusto—, donde ambas divisas circulaban por todas partes y eran perfectamente sustituibles una por otra. Aquí vamos al grano y asumimos que sólo hay una divisa, y así circunscribimos el análisis a un régimen muy semejante a este último equilibrio.

⁵ Este enfoque es ligeramente diferente del seguido por Li (1995), quien asume que el gobierno encuentra vendedores de acuerdo con algunos procesos estocásticos, confisca el dinero y envía a los compradores a la etapa de producción sin consumo.

Definimos V_i como el valor presente del flujo descontado de utilidad futura de un agente de un país i a partir de un momento en que posee dinero, y V_{i0} el mismo valor a partir de un momento en que no lo posee. Llamamos v_{ik} a la probabilidad de que un comprador i acuerde comercializar con un vendedor k del tipo correcto cuando se encuentran en el mercado descentralizado, y Q_{ik} como la cantidad de producto comercializada en ese intercambio.

Hay justificación para las acciones que toman los dos gobiernos nacionales. Consideraremos dos formas alternativas de conducta para el gobierno nacional i : que elige μ_i tratando de maximizar el señoreaje recaudado $S_i = \mu_i [\alpha_{ii} m_i + \alpha_{ik} m_k] (1 - m_i) Q_i$, o que lo hace tratando de maximizar el bienestar nacional $W_i = m_i V_i + (1 - m_i) V_{i0} + \omega S_i$, donde $\omega > 0$ implica que el uso de bienes por parte del gobierno puede contribuir al bienestar general.

3. EQUILIBRIO

Las ecuaciones relevantes de Bellman son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 \text{1} \quad rV_i &= \alpha_{ii} (1 - m_i) v_{ii} \left[(1 - \mu_i) u(Q_{ii}) + V_{i0} - V_i \right] \\
 &\quad + \alpha_{ik} (1 - m_k) v_{ik} \left[(1 - \mu_k) u(Q_{ik}) + V_{i0} - V_i \right] \\
 rV_{i0} &= \alpha_{ii} m_i v_{ii} \left[V_i - V_{i0} - Q_{ii} \right] + \alpha_{ik} m_k v_{ik} \left[V_i - V_{i0} - Q_{ki} \right]
 \end{aligned}$$

El lado izquierdo de la primera ecuación es el valor de flujo de ser un comprador de un país i , donde r es la tasa de preferencia temporal, es equivalente en el primer término del lado derecho a la tasa de llegada de los productores locales de la variedad que uno quiere α_{ii} , multiplicado por la probabilidad $1 - m_i$ de que no conserven dinero y de que pudieran estar dispuestos a producir, multiplicado por la probabilidad v_{ii} de que ambos hallen satisfactorio este comercio, multiplicado por el superávit involucrado en el intercambio: el cambio en el valor del comprador al vendedor $V_{i0} - V_i$ más la utilidad

disfrutada en el consumo $u(Q_{ii})$, siempre que el gobierno no gravara los productos antes de esto, $1 - \mu_i$. El segundo término del lado derecho es análogo y corresponde a la compensación de encontrar vendedores extranjeros. Las otras ecuaciones de Bellman son interpretadas de manera similar.

Un estado estable, según la ley de movimiento de distribución de las tenencias de dinero requiere:

$$2 \quad \dot{m}_i = \alpha_{ik}(1 - m_i)m_k v_{ik} + \alpha_{ik}m_i(1 - m_k)v_{ik} + \gamma(M - m_i) = 0.$$

Siguiendo a Rubinstein (1982), las cantidades Q_{ik} operadas en un intercambio entre un comprador de i y a un vendedor de k satisface la solución negociable axiomática de Nash:

$$3 \quad Q_{ik} = \arg \max_q [V_{i0} - V_i + (1 - \mu_k)u(q)]^{1-\sigma} [V_k - V_{k0} - q]^\sigma,$$

donde σ es el poder de negociación del vendedor.

A su vez, las estrategias de negociación de los compradores, tomando en cuenta la no negatividad de los factores en 3 requieren que:

$$4 \quad v_{ik} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \iff \begin{matrix} u^{-1}(V_i - V_{i0}) \geq (V_k - V_{k0}) / (1 - \mu_k) \\ \text{de otra forma} \end{matrix}.$$

Un equilibrio monetario estacionario es un conjunto de valores, cantidades de intercambio, tenencias de dinero y estrategias de comercialización $\{V_i, V_{i0}, Q_{ik}, m_i, v_{ik}\}$ que satisface las ecuaciones 1, 2, 3 y 4, con $Q_{ik} > 0$ al menos para algunos i, k , tomando como dados los parámetros de política μ_i, M . Como el conjunto de equilibrios es potencialmente muy grande, y ya que estamos principalmente interesados en las preguntas que plantea una situación en la cual el dinero en verdad circula por todas partes, nos enfocaremos en lo que llamaremos el equilibrio de circulación completa (ECC), esto es, el equilibrio

monetario estacionario donde $v_{ik} = 1 \forall i, k$.⁶ Simplificaremos más aún este análisis dando a los compradores todo el poder de negociación, por lo tanto $\sigma = 0$, lo cual recorta significativamente la cantidad de variables endógenas y la complejidad del álgebra implicada, sin cambiar de manera significativa la economía del problema.

El supuesto de que los compradores tienen todo el poder de negociación implica que no hay valor en ser un vendedor ($V_{i0} = 0$), que un vendedor de un país dado siempre vende al mismo precio independientemente de la nacionalidad del comprador ($Q_{ji} = Q_{ki} \equiv Q_i$) y que $V_i = Q_i$. Además, en este sistema simple la solución a las condiciones de estado estacionario 2 es simplemente $m_1 = m_2 = M$. Así, en el equilibrio de circulación completa, se cumplen las ecuaciones de Bellman 1 y la solución negociable 3 siempre que $\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2)$ satisfaga:

$$\begin{aligned} \frac{rQ_1}{1-M} &= \alpha_{11} [(1-\mu_1)u(Q_1) - Q_1] + \alpha_{12} [(1-\mu_2)u(Q_2) - Q_1] \\ \frac{rQ_2}{1-M} &= \alpha_{21} [(1-\mu_1)u(Q_1) - Q_2] + \alpha_{22} [(1-\mu_2)u(Q_2) - Q_2]. \end{aligned}$$

A partir de la ecuación 4, es fácil derivar que la condición $v_{ik} = 1 \forall i, k$ es equivalente a la condición $\mathbf{Q} \in \Omega \equiv \left\{ (Q_1, Q_2) \mid (1-\mu_1)u(Q_1) \geq Q_2, (1-\mu_2)u(Q_2) \geq Q_1 \right\}$.

⁶ Los lectores familiarizados con esta rama de la teoría monetaria saben que, si hay solo una nacionalidad en este modelo, hay siempre al menos dos equilibrios: el monetario, donde $v = 1$, y el que degenera donde $v = 0$. Con dos nacionalidades es posible que mientras todos los compradores comercian con los vendedores de su país, las tasas de llegada del comercio exterior, y de confiscación del gobierno, sean diferentes. Si la diferencia es lo suficientemente grande, es posible que los compradores de un país donde el dinero es más valioso prefieran esperar al vendedor local en vez de gastar su dinero ya que éste lo valora en menos. Así, es posible que algunos v_{ik} sean cero y otros sean 1, y hay muchas combinaciones posibles que constituyen los equilibrios.

Así, un ECC es simplemente una combinación $\mathbf{Q} \in \Omega$ que satisface 5. La siguiente proposición establece la existencia y la singularidad de un ECC para ciertos valores de los parámetros de política.

Proposición 1: para todo $r > 0$, para ϕ, μ_1, μ_2 lo suficientemente pequeño, hay un ECC. Si el equilibrio existe, es único.

Demostración. Por todo Q_1 hay un valor único de Q_2 llamado $Q_2 = \Psi(Q_1)$, que satisface la primera ecuación en 5, porque cualquier expresión de la forma $aQ_1 - bu(Q_1)$, con $a, b > 0$, es una función convexa en principio decreciente y luego creciente de Q_1 . Del mismo modo, para todo Q_2 existe un valor único $Q_1 = \Phi(Q_2)$ que satisface la segunda ecuación en 5. Además, por el teorema de función implícita, sabemos que Ψ y Φ estrictamente se incrementan y son cóncavas, y que $\Psi(0)$ y $\Phi(0)$ son ambas positivas. Esto es suficiente para garantizar que exista un par único $(Q_1^*, Q_2^*) \in \mathbb{R}_+^2$ tal que $Q_1^* = \Phi(Q_2^*)$ y $Q_2^* = \Psi(Q_1^*)$, satisfaciendo 5 y por lo tanto un candidato para un ECC.

Además, con $\phi = \mu_1 = \mu_2 = 0$, está claro que $Q_1^* = Q_2^* \in (0, \bar{Q})$, y por lo tanto que $(Q_1^*, Q_2^*) \in \Omega$, un ECC único. Considere ahora valores alternativos de μ_i , aún con $\phi = 0$. Definimos $\bar{\mu}_i(\mu_k)$ como el valor de μ_i , dado μ_k , con el cual $u(Q_i) = Q_k$. Se verifica que $\bar{\mu}_i(0) < 1$ y $\partial \bar{\mu}_i / \partial \mu_k > 0$. Por tanto, $\mu_i \leq \bar{\mu}_i(\mu_k) \iff u(Q_i) \geq Q_k$. Definiendo $\Theta \equiv \{(\mu_1, \mu_2) \mid \mu_1 \leq \bar{\mu}_2(\mu_1), \mu_2 \leq \bar{\mu}_1(\mu_2)\}$, hay un ECC cuando $(\mu_1, \mu_2) \in \Theta$. Se puede notar que Θ es el conjunto vacío, o un conjunto compacto, cerrado, μ_i con límites $\bar{\mu}_i(\mu_k)$ y que contiene el origen. Además, a $\phi = 0$ sabemos que Θ no está vacío. Ya que todas las funciones implícitas en este problema son C^∞ en ϕ , existe algún valor positivo $\tilde{\phi}$ tal que, si $\phi = \tilde{\phi}$, $\mu_1 = \mu_2 = 0$, luego $u(Q_1^*) = Q_2^*$. Así, $\Theta \cap \Omega \neq \emptyset \iff \phi < \tilde{\phi}$. ■

Siguiendo esta proposición, el conjunto Θ de valores de (μ_1, μ_2) en el cual existe el ECC tiene aproximadamente una forma similar a la mostrada en la gráfica 1.⁷ Mientras ϕ aumenta,

⁷ Note que la consecuencia de elegir un valor muy alto de μ_i sería llevar a Q_i a un valor tan pequeño que los compradores $k \neq i$ no

los límites de Θ se mueven hacia el origen, reduciendo el tamaño del conjunto Θ , que siempre contiene al origen. Cuando ϕ alcanza $\tilde{\phi}$, Θ colapsa en el origen, y para mayores niveles de ϕ no puede existir un ECC para cualquier política del gobierno local. Aunque matemáticamente no hay razones para descartar que $\tilde{\phi} < 1$, Obviamente esos valores tendrían poco sentido económico.

También será conveniente conocer el siguiente lema, garantizando que los valores de equilibrio Q^* estén decreciendo en ambas tasas de confiscación μ , y que los precios de cada país sean más sensibles a las acciones de sus propios gobiernos nacionales que a las acciones de los gobiernos externos.

Lema 2. $\partial Q_i^* / \partial \mu_j < 0$ para $i, j=1, 2$. También, si $n \sim 1/2$ y $\mu_1 \sim \mu_2$, $\partial Q_i / \partial \mu_i > \partial Q_j / \partial \mu_k$ y también $\partial Q_i / \partial \mu_i > \partial Q_k / \partial \mu_i$.

Demostración. Es una aplicación directa del teorema de la función implícita en 5. Es fácil demostrar que nuestra ecuación de Bellman se reescribe como:

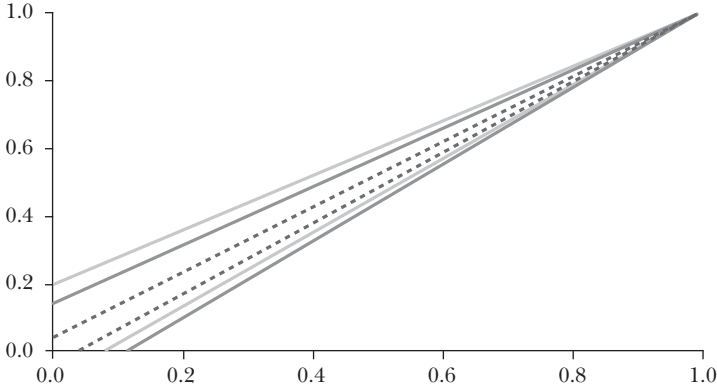
$$\begin{aligned} 6 \quad & n(1-\mu_1)u(Q_1) + \phi(1-n)(1-\mu_2)u(Q_2) - ZQ_1 = 0 \\ & \phi n(1-\mu_1)u(Q_1) + (1-n)(1-\mu_2)u(Q_2) - YQ_2 = 0, \end{aligned}$$

donde $Z = \frac{m}{\alpha(1-M)} + n + \phi(1-n)$ y $Y = \frac{r(1-n)}{\alpha(1-M)} + (1-n) + \phi n$, que son constantes y positivas.

considerarían que vale la pena comprar a los vendedores i y en cambio prefieren esperar a sus compatriotas. Entonces, el ECC no existe, si bien tampoco está claro qué otra forma de equilibrio monetario pudiera tomar su lugar. ¿Por qué? Porque si los vendedores i no le venden más a los compradores k , entonces el dinero sólo está saliendo, y no ingresando al país i y en un estado estacionario tendríamos menos vendedores (y menos valor) en k una vez que tenga que almacenar todo el dinero. Podría ser que un μ_i muy alto lleve a asumir que el ECC implica que los vendedores i no venden a los compradores k (contradiciendo al ECC) y a asumir que un equilibrio monetario diferente, con todo el dinero en k , implique que los vendedores i sí venden a los compradores k (contradiciendo este equilibrio alternativo); por lo tanto no existe en ese caso un equilibrio monetario de estrategias puras.

Gráfica 1

EQUILIBRIOS DE CIRCULACIÓN COMPLETA



NOTA: ECC existe para (μ_1, μ_2) entre las curvas de color gris oscuro (parámetros de referencia), punteadas (cerca de la autarquía) o gris claro (mayor tamaño de asimetría).

Aplicando el teorema de función implícita, obtenemos las siguientes derivadas, todas negativas como se esperaba:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Q_1}{\partial \mu_1} &= \frac{nu(Q_1)[(1-n)(1-\phi^2)(1-\mu_2)u'(Q_2)-Y]}{E} < 0 \\
 \frac{\partial Q_1}{\partial \mu_2} &= -\frac{(1-n)\phi Yu(Q_2)}{E} < 0 \\
 \frac{\partial Q_2}{\partial \mu_1} &= -\frac{n\phi Zu(Q_1)}{E} < 0 \\
 \frac{\partial Q_2}{\partial \mu_2} &= \frac{(1-n)u(Q_2)[n(1-\phi^2)(1-\mu_1)u'(Q_1)-Z]}{E} < 0
 \end{aligned}$$

donde $E = n(1-\mu_1)u'(Q_1)[(1-n)(1-\phi^2)(1-\mu_2)u'(Q_2)-Y] - [(1-n)(1-\mu_2)u'(Q_2)-Y]Z > 0$. El signo del primer y último numerador puede derivarse de 6 y de la concavidad de $u(\cdot)$. ■

4. POLÍTICA DE EQUILIBRIO

En lugar de tomar los parámetros de política μ_i como dados, ahora los endogenizamos considerando el equilibrio de Nash de un juego en el cual cada gobierno local i escoge a μ_i como la mejor respuesta a la elección μ_k de otro gobierno. Consideraremos dos escenarios que varían según la función objetivo de cada gobierno: en el primer caso, suponemos que la meta es maximizar el señoreaje; en el segundo caso, la meta es maximizar el bienestar de sus propios ciudadanos. En el apartado siguiente, esto se realiza con el supuesto de que sus elecciones son libres y que no hay lugar para un compromiso vinculante, por ello abordamos el equilibrio de Nash de un juego no cooperativo. En el apartado siguiente, y con fines comparativos, calculamos el equilibrio de las negociaciones en el juego cooperativo cuando el contrato vinculante es posible.

4.1 Solución no cooperativa

En primer lugar, abordamos el caso en que cada gobierno local i intenta maximizar el señoreaje. El primer paso es obtener las funciones de respuesta óptima, $\mu_1^S(\mu_2)$ y $\mu_2^S(\mu_1)$, tomando a M como dado. Cabe notar que si $\mu_i > \bar{\mu}_i(\mu_k)$, entonces los vendedores i no podrán realizar ventas a compradores k , todo el dinero dejará i y por lo tanto no se percibirá señoreaje. Esto significa que el gobierno i siempre escogería $\mu_i^S(\mu_k) \leq \bar{\mu}_i(\mu_k)$, en consonancia con la presencia de un ECC. Cabe recordar que consideramos que el gobierno local sólo puede expropiar bienes a partir de transacciones realizadas con vendedores nacionales, lo cual, juntamente con la condición de estado estacionario implica que:

$$\text{8} \quad \mu_i^S(\mu_k) = \arg \max_{0 < \mu_i < \bar{\mu}_i(\mu_k)} \{D_i \mu_i Q_i\},$$

donde $D_i = \alpha M(1 - M) \left[1 + \phi \frac{n_k}{n_i} \right]$.

Si suponemos que siempre hay comercio entre comprador y vendedor, independiente de μ_i , y simplemente calculamos $S_i(\mu_i)$, notaríamos que se comporta como una especie de curva de Laffer, que primero aumenta y luego disminuye con μ_i (la disminución producida por el efecto adverso que una mayor probabilidad de confiscación tiene sobre las cantidades del equilibrio local). Esto significa que siempre hay un $\hat{\mu}_i$ que maximiza $S_i(\mu_i)$, definido por $\hat{\mu}_i = -Q_i'(\hat{\mu}_i) / Q_i''(\hat{\mu}_i)$. Sin embargo, puede darse o no el caso de que $\hat{\mu}_i$ se ajuste al ECC, que requiere $\mu_i \leq \bar{\mu}_i(\mu_k)$. Si esta restricción no es vinculante, entonces $\hat{\mu}_i$ corresponde al valor de la mejor respuesta del gobierno i . Si lo es, entonces el gobierno, sabiendo que al elegir $\hat{\mu}_i > \bar{\mu}_i(\mu_k)$ implica transformar $D_i = 0$ y por lo tanto perder todo beneficio, preferiría la mejor respuesta $\mu_i = \bar{\mu}_i(\mu_k)$ restringida. Por lo tanto,

$$9 \quad \mu_i^S(\mu_k) = \min\{\bar{\mu}_i(\mu_k), \hat{\mu}_i(\mu_k)\}.$$

La mejor respuesta del gobierno podría ser elevar su tasa de confiscación hasta un nivel en el que a los compradores extranjeros les sea indistinto realizar operaciones de compra o de venta con sus ciudadanos.

Por otro lado, si el gobierno i se compromete a maximizar el bienestar de su población, entonces dados los valores de M y μ_k , la función de mejor respuesta en este caso puede ser expresada como:

$$10 \quad \mu_i^W(\mu_k) = \arg \max\{W_i \equiv Q_i(M + \omega D_i \mu_i)\}.$$

Nuevamente, si μ_i^W es una solución interior debe cumplir con las condiciones de primer orden, lo cual implica:

$$11 \quad \mu_i^W(\mu_k) = Q_i / \frac{\partial Q_i}{\partial \mu_i} - M / \omega D_i.$$

Las propiedades hasta ahora demostradas también garantizan la existencia de un equilibrio de Nash en el juego no cooperativo.

Proposición 3. Existe un equilibrio de Nash $\mu^S = (\mu_1^S, \mu_2^S)$ en el juego de maximización del señoreaje, y un equilibrio de Nash $\mu^W = (\mu_1^W, \mu_2^W)$ en el juego de maximización del bienestar interno.

Demostración. Obsérvese que el espacio de las estrategias $S_i \equiv [0, 1]$ para $i=1, 2$ es trivialmente no vacío, convexo y compacto. Además, S_i y W_i son continuos con respecto a $\mu \in [0, 1]^2$, dado que Q_i es continuamente diferenciable en ambos parámetros; y son cuasicóncavos con respecto a μ_i . Todo ello implica que los juegos simultáneos conformados por $\{\{1, 2\}, S_i, S_i\}$ y $\{\{1, 2\}, S_i, W_i\}$ cumplen con los supuestos de Nash (1950), y por ende tienen un equilibrio de Nash. ■

Este equilibrio puede constituir una solución de esquina (donde uno o ambos gobiernos llevan a μ al máximo compatible con la circulación global del dinero) o una solución interior.

Lema 4. Las funciones de mejor respuesta $\mu_1^S(\mu_2)$ y $\mu_2^S(\mu_1)$ se cortan una vez y sólo una vez en el interior de $[0, 1]^2$.

Demostración. Es evidente que, por continuidad, monotonicidad y concavidad, si las funciones $\hat{\mu}_i$ se cruzan en $[0, 1]^2$, esta intersección es única. Además, las funciones $\bar{\mu}_i$ se cruzan necesariamente una vez en ese intervalo. Cabe notar que la función μ_i^S es igual a $\hat{\mu}_i$ siempre que $\hat{\mu}_i < \bar{\mu}_i$ e igual a $\bar{\mu}_i$ después de la intersección. Por lo tanto, las funciones μ_i^S deben también cruzarse una vez y sólo una vez. ■

El trabajo permite hasta ahora caracterizar la función de mejor respuesta de los gobiernos locales a ambos objetivos de políticas. Queda especialmente demostrado que $\partial \mu_i^S / \partial \mu_k, \partial \mu_i^W / \partial \mu_k > 0$, y $\partial^2 \mu_i^S / \partial \mu_k^2, \partial^2 \mu_i^W / \partial \mu_k^2 < 0$ en todos los i , lo que significa que las funciones de mejor respuesta a cualquiera de las políticas están estrictamente en aumento y son estrictamente cóncavas. También es claro a partir de 11 que $\mu_i^W(\mu_k) \leq \hat{\mu}_i(\mu_k)$ y, dado que la misma restricción es vinculante en ambos problemas, entonces $\mu_i^W(\mu_k) \leq \mu_i^S(\mu_k)$; es decir que un gobierno comprometido con el bienestar de

sus ciudadanos locales nunca escogerá un valor real del dinero más bajo que un gobierno comprometido con el señoreaje. El equilibrio descentralizado del juego de maximización de señoreaje implica una tributación excesiva.

4.2 Solución cooperativa

Calculamos ahora la solución del equilibrio para los casos en que los gobiernos pueden celebrar compromisos vinculantes con respecto a sus acciones y deciden cooperar y comprometerse con las políticas. Nuevamente, abordamos dos casos: uno en que los gobiernos se ayudan mutuamente para maximizar el señoreaje total y otro en que los gobiernos están comprometidos con el bienestar general.

En el primer caso, el problema de la optimización se expresa de la siguiente manera:

$$\mu^{CS} = \arg \max_{0 \leq \mu_i \leq \bar{\mu}_i(\mu_k)} \{nQ_1 D_1 \mu_1 + (1-n)Q_2 D_2 \mu_2\}.$$

En una solución interior, el equilibrio con la cooperación debe satisfacer:

12

$$\begin{aligned} \mu_1^{CS} &= \mu_1^S(\mu_2^{CS}) - \left[\frac{(1-n)}{n} \frac{\partial Q_2 / \partial \mu_2}{\partial Q_1 / \partial \mu_1} \frac{D_2}{D_1} \right] \\ \mu_2^{CS} &= \mu_2^S(\mu_1^{CS}) - \left[\frac{n}{(1-n)} \frac{\partial Q_1 / \partial \mu_1}{\partial Q_2 / \partial \mu_2} \frac{D_1}{D_2} \right] \end{aligned}$$

y queda bastante claro que $\mu_i^S > \mu_i^{CS}$, de manera que obtenemos tasas de confiscación ineficientemente elevadas, o un valor real del dinero ineficientemente bajo, como consecuencia de la falta de compromisos.

Si ambos gobiernos se comprometen a maximizar el bienestar general, la elección óptima corresponde a:

$$13 \quad \mu^{CW} = \arg \max_{0 \leq \mu_i \leq \bar{\mu}_i(\mu_k)} \{nQ_1(M + \omega D_1 \mu_1) + (1-n)Q_2(M + \omega D_2 \mu_2)\},$$

lo cual conduce a las condiciones de primer orden:⁸

$$14 \quad \mu_1^{CW} = \mu_1^W(\mu_2^{CW}) - \left[\frac{(1-n) \frac{\partial Q_2}{\partial \mu_2} M + \omega D_2 \mu_2^{CW}}{n \frac{\partial Q_1}{\partial \mu_1} \omega D_1} \right]$$

Dado que $\mu_i(\cdot)$ va en aumento y el segundo término del lado derecho de 12 y de 15 es negativo, podemos deducir que $\mu_i^{CS} \leq \mu_i^S$ y $\mu_i^{CW} \leq \mu_i^W$. Además, si $M < \omega \left(\frac{1-n}{n} \frac{\partial Q_1 / \partial \mu_1}{\partial Q_2 / \partial \mu_2} \right)$, entonces $\mu_i^{CS}(\cdot) < \mu_i^W(\cdot)$.

Podemos comparar las soluciones interiores en ambos casos, y observamos que:

$$15 \quad \mu_1^{CS} = \mu_1^{CW}(\mu_2^{CW}) - \left[\frac{(1-n) \frac{\partial Q_2}{\partial \mu_2} M + \omega D_2 \mu_2^{CW}}{n \frac{\partial Q_1}{\partial \mu_1} \omega D_1} \right]$$

$$\mu_2^{CS} = \mu_2^{CW}(\mu_1^{CW}) - \left[\frac{n \frac{\partial Q_1}{\partial \mu_1} M + \omega D_1 \mu_1^{CW}}{(1-n) \frac{\partial Q_2}{\partial \mu_2} \omega D_2} \right],$$

lo cual implica que $\mu_i^{CW} \leq \mu_i^W \leq \mu_i^S$, pues $\mu_i(\cdot)$ está en aumento y el segundo término del lado derecho de 15 es negativo.⁹

⁸ Llevar μ_i a su máximo valor $\bar{\mu}_i$ implica que el bienestar en el país i se transforma en cero; por lo tanto, sabemos que al menos uno de los parámetros de las políticas de equilibrio μ_i será una solución interior.

⁹ Estas débiles desigualdades deben mantenerse en todos los casos, y no sólo si el equilibrio es una solución interior, porque puede que la restricción $\mu_i \leq \bar{\mu}_i$ sea vinculante para el caso de la maximización del señoreaje y no para el caso de la maximización del bienestar, pero lo opuesto no puede ser verdadero.

También podemos obtener la sensibilidad del equilibrio de Nash a los parámetros del modelo. Es interesante poder mostrar que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_1^s(\cdot)}{\partial n} &= (1-n)^2 (1-\phi^2) (1-\mu_2)^2 u'(Q_2)^2 \\ &\quad - (2(1-n) + \phi^2(2n-1))(1-\mu_2) u'(Q_2) Y + Y^2 \\ \frac{\partial \mu_2^s(\cdot)}{\partial n} &= n^2 (1-\phi^2) (1-\mu_1)^2 u'(Q_1)^2 \\ &\quad + (2n(\phi^2-1) - \phi^2) (1-\mu_1) u'(Q_1) Z + Z^2 \end{aligned}$$

lo cual implica que siempre $\frac{\partial \mu_2^s(\cdot)}{\partial n} > 0$ y que $\frac{\partial \mu_1^s(\cdot)}{\partial n} > 0$ cuando ϕ o n son lo suficientemente pequeños. En otras palabras, cuanto mayor sea la diferencia de tamaño entre ambos países, el gobierno del país más pequeño tendrá un incentivo más fuerte para la laxitud fiscal; en una asimetría extrema, esos incentivos alientan a ambos gobiernos. Finalmente, si hubiéramos usado este modelo para predecir el futuro del euro, habríamos predicho no sólo la crisis, sino también cuáles países estarían en cada lado del acertijo.

5. CONCLUSIONES

Durante el debate generado en torno a la creación del euro, numerosas voces se alzaron por los incentivos perniciosos que tal medida impondría sobre los países más pobres de la región al compartir una misma moneda con los países del norte, más ricos y tradicionalmente más prudentes en materia fiscal. Fue especialmente en el Reino Unido donde se planteó en varias ocasiones que, una vez que se compartía moneda, una eventual crisis fiscal en un país del Mediterráneo estaba garantizada y, dada esta, el Tesoro británico debería colaborar con el de Alemania para financiar el rescate; este fue, en parte, el motivo por el cual se decidió no compartir la moneda común. No sorprende que Dinamarca también haya decidido mantenerse

al margen y que Suecia venga demorando su decisión de integrarse a la zona del euro; los miembros nuevos de menores recursos, en tanto, muestran en general gran entusiasmo por formar parte de la unión monetaria.

En los primeros años de la historia de Estados Unidos ocurrió algo similar. Mientras que el dólar como unidad de cuenta existía antes de la independencia, Estados Unidos decidió postergar la acuñación de una moneda federal –y la prohibición de las estatales– durante casi un siglo, hasta el año 1863. Recién a principios del siglo xx se creó el Banco de la Reserva Federal como único banco central para toda la nación. Estos hechos fueron precedidos por leyes que limitaron en cierta manera los déficits en que los gobiernos locales y estatales podían incurrir y financiar sin autorización federal. De algún modo, Jefferson y Adams comprendieron lo que sus sucesores en Europa no lograron entender dos siglos más tarde: que el daño moral asociado a la independencia fiscal y a la unión monetaria puede resultar sumamente perjudicial.

Cuantitativamente, estos argumentos ejercen cierta tracción. Los cuadros de abajo muestran los resultados de algunos cálculos simples que ilustran el concepto. Ejecutamos dos regresiones, resumidas en el cuadro 1, del déficit relativo antes y después del ingreso en la zona del euro, con respecto a la deuda relativa (en el mismo sentido) y la población. Utilizamos dos muestras para el análisis: para la columna 1 incluimos los 13 años completos antes y después de la creación del euro hasta la actualidad, y para la columna 2 incluimos 10 años antes y después del ingreso de cada país (especialmente para evitar incluir la crisis actual en la muestra).

Dado que el modelo es logarítmico en la variable dependiente y las covariables, los coeficientes reflejan una elasticidad. Resulta interesante que en ambas especificaciones la constante es positiva (la disciplina fiscal se tornó más laxa en todos los países luego de adoptar una moneda única), y el efecto de la población es negativo (la disciplina fiscal sufrió más en los países más pequeños). Más aun, en el modelo de la muestra reducida todas las covariables son significativas al nivel de 1%, en

Cuadro 1

**DÉFICIT RELATIVO ANTES Y DESPUÉS DEL INGRESO EN LA ZONA
DEL EURO, 1986-2011**

<i>Covariables</i>	(1)	(2)
	<i>Euro: 1986-2011</i> <i>Log (Def_Rel)</i>	<i>Euro: ± 10 años de</i> <i>ingreso</i> <i>Log (Def/PIB_Rel)</i>
Log (Deuda_Rel)	1.154 ^a (0.564)	
Log (Pobl)	-0.461 ^b (0.109)	-0.357 ^b (0.0863)
Log (Deuda/PIB_Rel)		1.542 ^b (0.429)
Constante	0.984 ^b (0.289)	0.481 ^a (0.234)
Observaciones	14	14
R ²	0.633	0.701
Estadístico <i>F</i>	9.47	12.92
Probabilidad > <i>F</i>	0.0041	0.00130

Errores estándar entre paréntesis. ^a $p < 0.1$, ^b $p < 0.01$.

tanto que en el primero la deuda es significativa sólo al 10%. El coeficiente R^2 y el estadístico F se presentan como medidas globales de robustez.

En lugar de utilizar datos transversales, elaboramos un cuadro con información sobre el déficit fiscal, la deuda y la población de cada país, y mostramos los resultados en el cuadro 2. Aquí, sólo la variable dependiente es logarítmica, mientras que todas las covariables están en sus niveles, de manera que el coeficiente representa una semielasticidad. Al igual que en el caso anterior, el efecto de la deuda es positivo y el de la población es negativo, aunque el último no es ahora significativo. Sin embargo, la medida estadística global F muestra que

Cuadro 2

**REGRESIÓN DE EFECTO FIJO DE DATOS SOBRE EL DÉFICIT PARA
INTEGRANTES DE LA ZONA DEL EURO**

<i>Covariables</i>	(1) 1986-2011 <i>Log (Def)</i>	(2) ± 10 años de ingreso <i>Log (Def)</i>
Deuda/PIB	0.0145 ^a (0.00605)	0.0849 ^b (0.0199)
Población	-0.0111 (0.0395)	-0.360 (0.218)
Constante	0.394 (0.833)	5.779 (4.969)
Observaciones	383	275
R ²	0.045	0.14
Estadístico <i>F</i>	3.039	9.861
Probabilidad > <i>F</i>	0.0674	0.00210

Errores estándar entre paréntesis. ^a $p < 0.05$, ^b $p < 0.01$

los modelos son confiables (con un mejor desempeño cuando se estima el modelo reducido).

En este trabajo hemos descrito un modelo teórico en el cual el uso del dinero emerge de manera endógena. En un ambiente de este tipo, existen ventajas explícitas y endógenas de comerciar con una moneda común. No obstante, estas ventajas se compensan cuando se introduce la posibilidad de tributación o decisiones de gastos independientes en cada país. Las potenciales áreas de extensión de este trabajo incluyen la endogenización de M la oferta monetaria real, de parte de un ente emisor que comprende el problema de riesgo moral al que induce su moneda. También, la aplicación de las mismas ideas en un escenario de dinero divisible –análogo a Lagos-Wright (2005), quizá– o la generalización del modelo para casos de países distintos en la eficiencia de sus mercados locales o en

su productividad. Algunos análisis preliminares nos llevan a afirmar que, en el último caso, las asimetrías en la productividad o en la tecnología del mercado apuntarían en la misma dirección que las asimetrías de tamaño: el riesgo moral para los gobiernos de las economías más pobres empeoraría. Además, es interesante considerar otras formas de tributación por parte de los gobiernos locales, y debatir sobre cuál de ellos constituye la analogía más relevante del proceso de extraer señoreaje de una moneda común.

En equilibrio, un gobierno extrae mayor señoreaje cuando está interesado en maximizarlo que aquel que se preocupa por maximizar el bienestar. Más interesante aun es que dos gobiernos cuyas acciones están coordinadas pueden extraer mayor señoreaje, aunque elijan tasas más bajas, evitando las *guerras de señoreaje* que tienen lugar cuando la interacción estratégica entre ellos conduce a un equilibrio ineficiente. Esta ineficiencia es mayor cuando las poblaciones o las productividades son muy asimétricas. En especial, un país extremadamente pequeño o pobre siempre llevará el cobro de su señoreaje a la tasa más alta posible. La ausencia de un tesoro central europeo, y un pacto fiscal vinculante, dada la existencia del Banco Central Europeo, hace que esta ineficiencia salga a la luz; los acontecimientos recientes en Grecia, Chipre, Portugal y, en menor medida, en otros países del Mediterráneo, constituyen una manifestación en la realidad del particular.

Bibliografía

- Lagos, R., and R. Wright (2005), "A Unified Framework for Monetary Theory and Policy Analysis", *Journal of Political Economy*, Vol. 113, pp 463-484.
- Li, V. (1995), "The Optimal Taxation of Fiat Money in Search Equilibrium", *International Economic Review*, Vol. 36, No. 4, pp 927-942.
- Matsuyama, K. N Kiyotaki y A Matsui (1993), "Toward a Theory of International Currency", *Review of Economic Studies*, pp 283-307.

- Nash, J., (1950), "Equilibrium Points in N-person Games", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 36, pp 48-49.
- Shi, S., (1995), "Money and Prices: A Model of Search and Bargaining", *Journal of Economic Theory*, Vol. 67, 467-498.
- Rubinstein, A. (1982), "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", *Econometrica*, Vol. 50, pp 97-109.
- Trejos, A. (2004), "International Currencies and Dollarization", en David Altig and Bruce Smith (eds.), *Evolution and Procedures in Central Banking*, Cambridge University Press.
- Trejos, A., and R. Wright (1995), "Search, Bargaining, Money and Prices", *Journal of Political Economy*, Vol. 103, pp 118-141.
- Trejos, A., and R. Wright (2012), "Duffie, Garleanu and Pedernau Meet Shi, Trejos and Wright", University of Wisconsin e INCAE.
- Wright, R., and A. Trejos (2001), "International Currency", *Advances in Macroeconomics*, pp. 1-15.