

# Ajuste de inventarios ante choques de demanda según especificaciones flexibles

*Carlos R. Barrera Chaupis*

## Resumen

*Las relaciones dinámicas entre el crecimiento del PIB y cuatro componentes de la demanda agregada asociados con el manejo de inventarios se aproximan mediante un modelo VAR neuronal con perturbaciones  $t$  de Student y matriz de covarianzas condicionales ARCH. El modelo se estima para la experiencia peruana de crecimiento basado en el mercado (1993t1-2010t1). Se encuentra que un choque positivo en el crecimiento de la demanda privada será absorbido contemporáneamente por un aumento más que proporcional en el crecimiento de la producción. Este impacto amplificador es coherente con el ciclo de los inventarios y la incidencia promedio del crecimiento de la inversión en inventarios sobre el crecimiento del producto en cuatro recesiones recientes.*

*Palabras clave: modelos de series de tiempo, redes neuronales, inventarios, suavizamiento de la producción, fluctuaciones en los negocios.*

*Clasificación JEL: C32, C45, E22, E23, E32.*

---

C. R. Barrera Chaupis <carlos.barrera@bcrp.gob.pe>, subgerencia de Investigación, Banco Central de Reserva del Perú. El autor agradece sobremanera los comentarios y las sugerencias de Nikita Céspedes y Marco Vega.

## Abstract

The relations among growth rates in GDP and four aggregate demand components associated with inventory management are approximated by a neural VAR model with t-Student disturbances and an ARCH covariance matrix. The estimation sample corresponds to Peru's market-based growth experience (1993Q1-2010Q1). The main finding is that a positive shock to private demand growth will contemporaneously generate *a more than proportional increase* in production growth. This amplifier impact effect is consistent with the cycle of inventories and the average incidence of the inventory investment growth inside the production growth during the last four recessions.

Keywords: time series models, neural networks, inventories, production smoothing, business fluctuations.

JEL classification: C32, C45, E22, E23, E32.

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde los años cuarenta se conoce que *el ciclo de los inventarios* de Metzler (1941) es una característica predominante de los ciclos económicos (Blinder y Maccini, 1991). Su importancia se ha confirmado al finalizar las expansiones de mayor duración que se observaron recientemente en la economía mundial con la crisis financiera de 2007-2008 en Estados Unidos (EUA) y el colapso temporal del comercio internacional (ver Alessandria *et al.*, 2010), que también afectó la demanda derivada por las exportaciones de materias primas.

Las expansiones duraderas que fueron observadas desde inicios de los años noventa, especialmente en el mundo desarrollado, favorecieron el crecimiento de las economías emergentes debido a una mayor apertura comercial y financiera. En términos generales, esta expansión estuvo caracterizada por: 1) una decreciente y eventualmente baja inflación mundial, un contexto que no había sido observado desde los años sesenta; y 2) una reducción en la volatilidad del crecimiento del PIB.

Los estudios sobre inventarios han adquirido relevancia justamente porque brindan una explicación para el fenómeno de expansiones duraderas y estables observado, también denominado la Gran Moderación. Según esta *historia explicativa*, el desarrollo continuo de las tecnologías de información, comunicación y técnicas de predicción de las ventas ha favorecido la aparición de mejoras en la administración de inventarios con la consecuente reducción de la volatilidad de la *variación de inventarios* (o bien, *inversión en inventarios* o flujo del saldo de inventarios), lo que explica la reducción de la volatilidad del PIB estadounidense y de su correspondiente crecimiento (ver, por ejemplo, Kahn *et al.*, 2002).

Tras la larga expansión de EUA iniciada en 1991 siguió una recesión de muy poca duración en los primeros meses de 2001, pero cuya masiva liquidación de inventarios contrastó con los suaves movimientos observados previamente, incluso antes de la larga expansión. Para Kahn y McConnell (2002), esta liquidación masiva no demostraba que las mejoras en la administración de inventarios habían sido tenues, sino más bien que las empresas habían predicho la caída en las ventas mucho antes de que se presentara, lo que les permitió reducir drásticamente sus inventarios y evitar así su acumulación excesiva. La predicción de la caída en las ventas les permite reducir la producción de manera adelantada, y luego racionar los inventarios de acuerdo con la demanda, manteniendo la relación de inventarios respecto a las ventas cerca de su valor deseado.<sup>1</sup>

Para caracterizar la estabilización observada en el sector de bienes durables de los EUA, Kahn (2008) señala dos hechos clave: 1) una gran reducción en la volatilidad del crecimiento de

---

<sup>1</sup> Los objetivos de predecir las ventas y mantenerse cerca del coeficiente deseado implican que los movimientos en los inventarios amplifican las fluctuaciones de los ciclos en los negocios. A pesar de ello, la contribución *promedio* de la variación de inventarios a la volatilidad del crecimiento del PIB en EUA (su *incidencia promedio*) es menor. El modelo en la siguiente sección engloba estos aportes.

la producción y 2) una más modesta reducción en la volatilidad del crecimiento de las ventas. De manera complementaria, para caracterizar la estabilización en el producto agregado de Australia, Simon (2001) también señala dos hechos clave: 1) los cambios en el ciclo de los inventarios y 2) el declive de la volatilidad de la *producción subyacente*. Descartando un aumento en la estabilidad estructural (la historia explicativa ya mencionada), Simon (2001) explica el segundo hecho clave mediante el declive de la volatilidad de los *choques de productividad* (choques de oferta) que golpean la economía, pero deja la fuente de estos choques como una pregunta abierta.<sup>2</sup> En todo caso, la descomposición sectorial (por sectores productivos) ofrece una explicación para la Gran Moderación que resulta complementaria a la ofrecida por la descomposición por tipo de gasto del crecimiento del PIB,<sup>3</sup> y ambas líneas de trabajo destacan la varianza no condicional del PIB.

La reciente crisis financiera en EUA (2007-2008) repercutió en la demanda derivada por exportaciones como parte del ciclo de los inventarios en el ciclo económico, generando un colapso y una recuperación sin parangón en el comercio internacional. La literatura ha destacado el papel de la demanda interna privada y el mecanismo de inventarios (Alessandria *et al.*, 2010), así como la demanda interna privada del principal socio comercial de cada país (Eaton *et al.*, 2011), siendo esta última el principal factor determinante de la demanda externa por exportaciones.

---

<sup>2</sup> Más adelante se verá que el producto subyacente de Simon (2001) es en realidad una *demanda agregada excluyendo inventarios*, por lo que descomponerla con una función de producción para estimar *choques de productividad* resulta inapropiado.

<sup>3</sup> Eggers y Ioannides (2006) señalan la reducción en la importancia de sectores relativamente más volátiles (agricultura y manufactura) a favor de otros sectores menos volátiles (financieros y de servicios) en el PIB como *la* explicación de la Gran Moderación. Davis y Kahn (2008) buscan una historia explicativa más completa, con varios elementos interactuando.

En este contexto, aunque hacia el inicio del año 2010 era prematuro esbozar una descripción del punto de quiebre resultante de la crisis de EUA en 2007-2008 en términos generales, la experiencia del Perú hasta esas fechas puede ser ilustrativa del ciclo de los inventarios en una economía emergente, a pesar de contar con pocos ciclos en los negocios, es decir, registrados bajo condiciones de mercado (Barrera, 2009). Más aún, las relaciones económicas entre el crecimiento del acervo de inventarios ante choques en el crecimiento del PIB y en tres componentes de la demanda agregada (la demanda interna pública, la demanda interna privada y la demanda externa por exportaciones) destacan por ser las menos estudiadas en Perú.

El cuadro 1 cuantifica la importancia de la variación de inventarios como porcentaje de la variación del PIB en las cuatro recesiones observadas en Perú antes de la generada como consecuencia de la crisis en EUA en 2007-2008.<sup>4</sup>

El promedio de estos coeficientes es de 230.4%, con un rango de variación de [100.9, 466.6]. De manera referencial, el promedio para EUA es de 87%, con un rango de variación de [2, 232] según los cálculos de Blinder y Maccini (1991) con las ocho recesiones registradas durante los años 1948-1982. Esto confirma, en primer lugar, que los movimientos en la inversión en inventarios han contribuido amplificando las fases recesivas de la economía peruana desde inicios de los noventa, en particular la más reciente. En segundo lugar, y en contraste con la Gran Moderación observada en los ciclos de los negocios de la economía estadounidense, en Perú se observa un fenómeno de *desmoderación*, al menos desde la tercera recesión registrada.<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup> Las unidades utilizadas son los cambios entre el pico y la subsecuente fosa en las *variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres* (variaciones porcentuales de los promedios móviles de cuatro niveles trimestrales, expresados en millones de nuevos soles de 1994).

<sup>5</sup> Debe notarse que los coeficientes para EUA son calculados con los flujos en miles de millones de dólares de 1982 entre el pico

## Cuadro 1

### INCIDENCIA PROMEDIO DE LA VARIACIÓN DE INVENTARIOS

Inversión en inventarios y recesiones desde 1990

<i>Variable de referencia: PIB no primario (fechas pico-fosa)</i>	<i>Cambio en variación porcentual promedio cuatro trimestres (pico-fosa)</i>		
	<i>PIB real (1)</i>	<i>Inversión en inventarios (2)</i>	<i>Inversión en inventarios a PIB real (2/1)</i>
Muestra: 1992m12-2007m12 <sup>a</sup>			
(1) 1995m7-1996m10	-2.4	-2.4	100.9
(2) 1997m12-1999m8	-1.7	-3.5	212.1
(3) 2000m8-2001m8	-1.8	-2.6	141.9
(4) 2003m3-2004m6	-0.7	-3.3	466.6
Promedio (1-4)	-1.6	-2.9	230.4
Memo: 2008t2-2009t2	-3.3	-12.2	373.9

<sup>a</sup> Las variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres fueron las unidades utilizadas para fechar los ciclos en los negocios de la economía peruana mediante el procedimiento Bry-Boschan (ver Barrera, 2009).

Fuente: elaboración propia, con datos en niveles del Banco Central de Reserva del Perú.

El objetivo de este estudio es explicar por qué se produce el fenómeno de *desmoderación* en Perú. Para ello se aproximan cuantitativamente las relaciones dinámicas (potencialmente asimétricas) entre el crecimiento del acervo de inventarios, el crecimiento del PIB y el de tres componentes de la demanda agregada (la demanda interna pública, la demanda interna privada y, en especial, la demanda externa por exportaciones) durante la experiencia peruana de crecimiento basado en el mercado entre el primer trimestre de 1993 y el primer trimestre del 2010 (1993t1-2010t1).

y la subsiguiente fosa, por lo que su comparabilidad con los coeficientes para Perú es indirecta.

Los datos utilizados para obtener los resultados empíricos se describe en la segunda sección. Estos datos permiten esbozar lo que tentativa y temporalmente denominamos los *hechos estilizados* sobre el uso de los inventarios. En principio, los inventarios sirven para atenuar el efecto de choques de demanda sobre las operaciones productivas, aunque adicionalmente pueden servir a *otros objetivos* que explicarían el fenómeno de la *desmoderación* en Perú. En la tercera sección se presenta un marco conceptual respecto a la decisión productiva y de inventarios que permite una explicación cualitativa al fenómeno de desmoderación. En la cuarta sección se propone un modelo no estructural flexible para aproximar las relaciones dinámicas asimétricas entre el producto y el acervo de inventarios y de las tres fuentes agregadas de demanda, así como un modelo estructural para descomponer la matriz de covarianzas del último periodo en la muestra (periodo final  $T=2010t1$ ). La quinta sección describe los resultados en términos de covarianzas condicionales y de respuestas ante impulsos y brinda una explicación tentativa para el fenómeno de desmoderación en Perú. La sexta sección concluye.

## **2. DATOS Y HECHOS ESTILIZADOS: EL FLUJO AGREGADO DE INVENTARIOS EN PERÚ**

Los datos que se utilizan en este estudio provienen del Banco Central de Reserva del Perú, disponibles en su sitio web bajo el título “Estadísticas económicas”, subtítulo “Series estadísticas”, en esta secuencia de vínculos: Todas las series, Actividad económica, y PIB gasto, en <<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/trimestrales/pbi-gasto>>. Los valores están originalmente expresados en soles reales de 2007.

## 2.1 Los datos agregados de inventarios, producción y demanda

Evidentemente, la producción y el acervo de inventarios del agregado de empresas de una economía responderán a diferentes tipos de choques de demanda. Por este motivo, la demanda agregada sin inversión en inventarios (*DemAg*) se descompone en:

- 1) exportaciones reales, bienes y servicios no financieros (*DemX*);
- 2) consumo e inversión reales, bienes y servicios no financieros, del sector público (*DemPu*); y
- 3) consumo e inversión reales, bienes y servicios no financieros, del sector privado (*DemPr*).

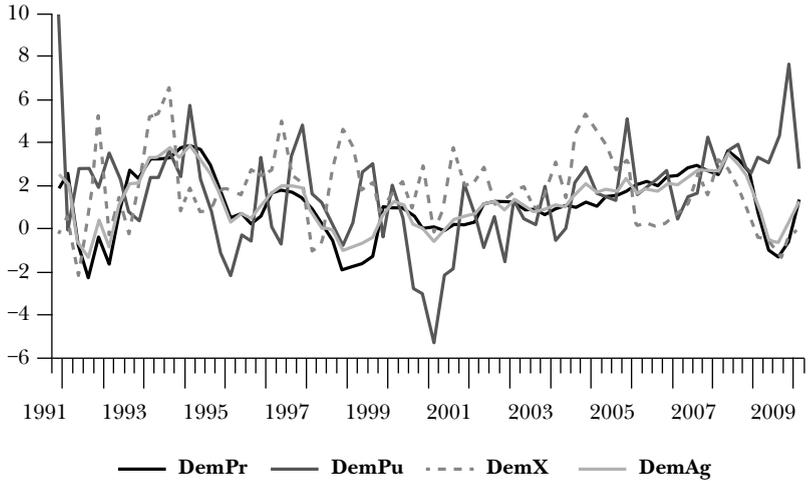
La gráfica 1 presenta las *variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres* de estos tres componentes, y esta *transformación de datos* será usada en todo el estudio.<sup>6</sup> Para representar la escena, no bastó usar la variación del agregado *DemAg*: las fluctuaciones en *DemPu* buscaron compensar las fluctuaciones en el *DemPr* en varias oportunidades (políticas anticíclicas) desde inicios de los años noventa (aunque con un débil efecto cuantitativo) y, a partir de 1996, buscaron compensar las fluctuaciones de corto plazo de *DemX* (parcialmente y a su discreción). Sólo a partir del 2001, al levantarse las comprensibles *restricciones* financieras para el sector público impuestas durante la estabilización económica, se elevó la frecuencia de estas políticas anticíclicas, más focalizadas. Estas restricciones consistieron

---

<sup>6</sup> Una de las razones por las que no se siguen los cánones establecidos en la literatura de ciclos reales obedece a que los datos en niveles contienen un gran componente de error de medida, mientras que estas variaciones tienen un coeficiente ruido-sígnal muy bajo. En este sentido, la sección 3 sólo provee una explicación cualitativa que permite interpretar, de manera estructural, los resultados empíricos en la sección 5.

Gráfica 1

**DEMANDA AGREGADA Y COMPONENTES**  
Variación porcentual promedio, cuatro trimestres  
1991t1-2010t1



Fuente: elaboración propia, con datos en niveles del Banco Central de Reserva del Perú.

en un continuo esfuerzo fiscal para acumular fondos públicos que permitan políticas anticíclicas de mediano plazo más eficaces, lo que permitió un mayor efecto cuantitativo de la fluctuación en *DemPu* durante la drástica fluctuación en *DemX* generada como consecuencia de la crisis en EUA en 2007-2008.

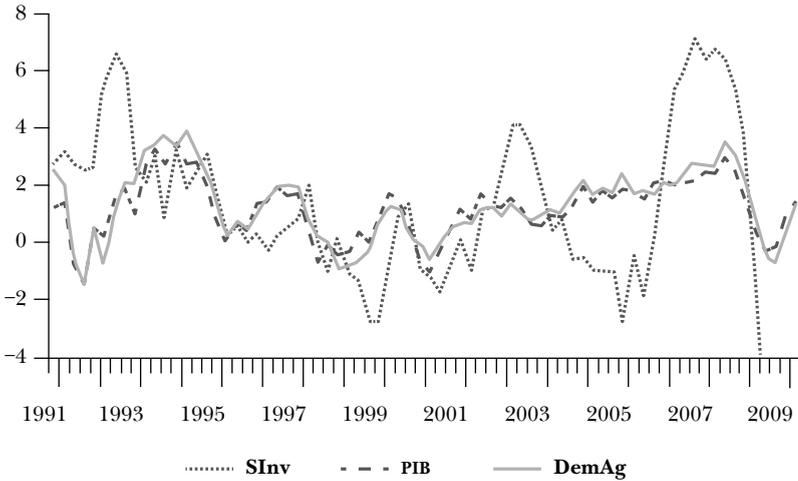
Además, es clave considerar estas otras dos variables endógenas: 1) saldo de inventarios real calibrado (*SInv*), y 2) producto bruto interno real (PIB).

La gráfica 2 presenta el mismo tipo de variaciones para estas dos variables, junto con las de la *DemAg*. Se aprecia que la *DemAg* y el PIB crecen a tasas muy similares. Por su parte, el *SInv* mantuvo un crecimiento relativamente cercano a la demanda agregada desde la reversión del episodio de sobreacumulación

Gráfica 2

**ACERVO DE INVENTARIOS, PRODUCCIÓN Y DEMANDA AGREGADA**

Variación porcentual promedio, cuatro trimestres  
1991t1-2010t1



Fuente: elaboración propia, con datos en niveles del Banco Central de Reserva del Perú.

de inventarios a fines de 1994<sup>7</sup> y hasta fines de 1998. Posteriormente se observan tres sobreacumulaciones de magnitud creciente, la primera termina en el pico del 2000t2; la segunda, en el del 2003t2; y la tercera, en el del 2008t1.<sup>8</sup>

Aunque sólo se dispone de información agregada de la inversión en inventarios, *DInv*, la creciente amplitud de los ciclos

<sup>7</sup> Este episodio de sobreacumulación reflejó, en un primer momento, la recuperación de la producción registrada por el éxito del programa de estabilización (la inflación disminuyó drásticamente, aunque todavía en niveles de dos dígitos), así como las perspectivas optimistas para la economía ante el final de la guerra interna, en la segunda mitad de 1992.

<sup>8</sup> La tercera reversión alcanza tasas negativas cercanas al 12% entre 2009t4 y 2010t1.

del crecimiento del  $SInv$  podría explicarse por la creciente participación de los inventarios de bienes en proceso en el total de la  $DInv$ , específicamente en los sectores exportadores tradicionales.

## 2.2 Hechos estilizados del flujo agregado de inventarios

Los hechos estilizados sobre la relación entre la inversión en inventarios, las ventas y la producción en Perú son presentados de una manera similar a la de los estudios sobre inventarios en EUA. Se busca explicar dos hechos estilizados: 1) ¿por qué la producción es más volátil o menos que las ventas? y 2) ¿por qué la inversión en inventarios y las ventas no resultan estar negativamente correlacionadas?<sup>9</sup>

Una aproximación a estos hechos estilizados proviene de los momentos muestrales no condicionales de las *variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres*, con periodicidad trimestral, de diferentes componentes del PIB por tipo de gasto (uno de cuyos subagregados es la demanda agregada sin inversión en inventarios,  $DemAg$ ). El cuadro 2 presenta la media y la desviación estándar de estas variaciones, así como sus correlaciones con la variación de la inversión en inventarios ( $DInv$ ) y del saldo calibrado de inventarios ( $SInv$ )<sup>10</sup> para dos subperiodos de la muestra: antes y durante el periodo posterior a la crisis financiera internacional resultado de la crisis en EUA en 2007-2008.

---

<sup>9</sup> Un tercer hecho estilizado surge ante las recientes mejoras en la calidad en las estadísticas de inversión en inventarios de los países desarrollados: los componentes más volátiles de la inversión en inventarios no son los inventarios de bienes finales del sector manufacturero, sino los inventarios de materias primas, así como del comercio minorista (ver Blinder y Maccini, 1991).

<sup>10</sup> La elevada volatilidad de las tasas de crecimiento de la inversión en inventarios en el cuadro 2 justifica dicha calibración (ver el anexo A) y explica la atención en las relaciones entre las tasas de crecimiento de la producción agregada, de la demanda agregada y de una secuencia *calibrada* del saldo de inventarios.

Cuadro 2

**PIB POR TIPO DE GASTO (BIENES Y SERVICIOS)**

Variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres

	Media (M)		Desviación estándar (S)				Correlación con D(Inv) (R1)				Correlación con S(Inv) (R2)					
	1995-2007	2008-2010	1995-2007	2008-2010	1995-2007	2008-2010	1995-2007	2008-2010	1995-2007	2008-2010	1995-2007	2008-2010	1995-2007	2008-2010		
	m(%)	m(PIB)	s(%)	s(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)	r(PIB)		
I. Demanda global (1+2)	5.0	108.2	6.1	96.7	4.3	124.2	6.4	156.6	0.11	120.4	-0.02	-124.5	0.53	111.5	0.97	100.9
Ib. Demanda global (1b+2)	5.0	107.3	7.3	117.1	4.1	118.4	5.3	128.7	0.11	120.8	-0.11	-613.8	0.50	104.5	0.98	101.9
1. Demanda interna con D(inv)	4.5	97.5	6.4	102.3	4.9	144.3	6.6	161.6	0.14	154.9	-0.02	-103.9	0.58	121.5	0.97	100.8
Ib. Demanda interna sin D(inv)	4.5	96.2	7.9	126.8	4.7	136.0	5.3	128.8	0.14	157.9	-0.13	-686.9	0.55	116.0	0.98	101.6
a. Consumo privado	4.1	87.5	6.2	99.4	3.0	88.3	2.8	69.3	0.08	94.4	-0.15	-836.6	0.58	121.8	0.99	102.7
b. Consumo público	4.9	104.6	7.7	123.1	5.0	146.5	5.4	130.8	0.13	147.8	0.27	1,437.7	0.11	23.6	-0.95	-98.8
c. Inversión bruta interna	6.3	136.2	7.6	121.0	13.0	380.1	20.5	500.8	0.17	186.9	0.00	20.7	0.57	120.6	0.97	100.3

Inversión bruta fija (IBF)	6.0	129.5	13.8	221.0	11.8	344.1	15.9	388.8	0.18	201.7	-0.12	-638.0	0.52	109.5	0.98	101.6
-Privada	7.3	156.4	10.5	166.9	13.4	391.6	17.7	431.6	0.16	183.8	-0.13	-678.1	0.54	113.2	0.98	102.1
-Pública	1.6	35.4	32.5	519.5	11.6	338.5	9.2	225.1	0.15	173.4	-0.06	-340.0	0.15	31.0	0.77	79.5
Variación de existencias (D(inv))	-83.3	-1,792.2	0.8	12.9	583.3	17,036.7	319.7	7,804.7	1.00	1,122.8	1.00	5,408.0	0.16	34.5	-0.23	-23.5
Memo: saldo de inventarios [S(inv)]	2.7	57.7	6.1	96.9	7.6	220.6	24.4	595.5	0.16	184.0	-0.23	-1227.3	1.00	210.5	1.00	103.8
2. Exportaciones	8.4	181.2	4.3	68.4	4.3	125.4	5.4	132.6	-0.13	-142.9	-0.05	-258.9	-0.32	-67.9	0.97	100.8
II. Oferta global (3+4)	5.0	108.2	6.1	96.7	4.3	124.2	6.4	156.6	0.11	120.4	-0.02	-124.5	0.53	111.5	0.97	100.9
3. PIB	4.7	100.0	6.3	100.0	3.4	100.0	4.1	100.0	0.09	100.0	-0.02	-100.0	0.48	100.0	0.96	100.0
-Bienes	5.0	107.7	5.2	83.7	3.8	110.5	5.1	124.0	0.03	34.1	-0.01	-58.0	0.37	77.2	0.96	99.9
-Servicios	4.5	96.0	6.8	108.9	3.4	98.8	3.6	86.9	0.12	136.0	-0.03	-136.1	0.52	109.5	0.96	100.1
4. Importaciones	7.4	159.6	5.6	89.5	10.3	299.7	17.0	415.8	0.13	145.3	-0.03	-163.1	0.55	116.4	0.98	101.4

Fuente: elaboración propia, con datos en niveles del Banco Central de Reserva del Perú.

En términos de desviaciones estándar, la producción en Perú es *menos* variable que las ventas (demanda) para todos los componentes de la *DemAg* con la excepción del consumo privado (en ambos subperiodos). ¿Habrán incentivos para usar inventarios como colchón para cubrir choques positivos en la demanda y mantener el crecimiento suave de la producción?

Frente a los valores extremos en las medias y las desviaciones estándar de la variación de la *DInv*, la variación del saldo calibrado de inventarios, *SInv*, es un indicador más estable. Esto se verifica en sus correlaciones con la variación de todos los componentes del gasto.

Las correlaciones con la variación de la *DInv* muestran que las variaciones en la inversión en inventarios y las de las ventas (demanda) resultan positivamente correlacionadas en el periodo 1995-2007, para todos los componentes de la *DemAg* con la excepción de las exportaciones. En el periodo 2008-2010, resultan negativamente correlacionadas, con la excepción del consumo público. Las magnitudes de todas las correlaciones con la variación de la *DInv* son cercanas a cero debido a la elevada proporción de ruido presente en la *DInv*.

Las correlaciones con la variación del *SInv* son más informativas: las variaciones en el saldo calibrado de inventarios y las ventas (demanda) resultan positivamente correlacionadas en el periodo 1995-2007, para todos los componentes de la *DemAg*, con la excepción de las exportaciones. En el periodo 2008-2010 también resultan positivamente correlacionadas, con la excepción del consumo público. Las magnitudes de este segundo grupo de correlaciones toman valores alejados del cero, debido a una señal más clara en el saldo calibrado *SInv* (menor proporción de ruido).

¿Por qué las variaciones del *SInv* y de la demanda no están negativamente correlacionadas? ¿Habrán incentivos adicionales para acumular inventarios a una tasa *mayor* a la mínima necesaria para cubrir choques positivos en el crecimiento de la demanda y así atenuar o estabilizar el crecimiento de la producción?

Si el incentivo principal de las empresas para mantener inventarios es cubrir choques positivos en el crecimiento de la demanda y así poder suavizar la evolución de la producción para aprovechar oportunidades complementarias, como, por ejemplo, precios bajos en los insumos, se dice que las empresas producen para almacenar. En este caso, cambios en el  $SInv$  les permiten dosificar la oferta ante las fluctuaciones de la demanda. Sin embargo, sucesivos periodos con tasas de crecimiento de la demanda que sobrepasan las expectativas previas generan aumentos en el crecimiento de la producción para cubrir parte del crecimiento inesperado en la demanda e incluso lograr un crecimiento adicional en el  $SInv$ . Este incentivo adicional por un mayor crecimiento en el  $SInv$  surge de la necesidad de aumentar un activo no financiero que compense el aumento en el endeudamiento de corto plazo incurrido para cubrir la producción con demanda creciente en la eventualidad de que se revierta este crecimiento en la demanda (sucesivos periodos con expectativas deterioradas respecto al crecimiento de la demanda podrían tener efectos simétricos). Por lo tanto, el  $SInv$  y la producción funcionan de manera coordinada, aunque con periodos diferentes, donde el  $SInv$  puede ser más que simplemente el instrumento principal para compensar los choques de demanda en el corto plazo.

Finalmente, aunque los hechos estilizados favorecen estas hipótesis, cabe dudar de la idoneidad de estos hechos estilizados. ¿Es correcto considerar la descripción de estos momentos *no condicionales* como una descripción de los hechos estilizados de las relaciones entre el crecimiento de la demanda agregada, por un lado, y el crecimiento en el  $SInv$  y en el PIB, por el otro? Según el teorema de la descomposición de varianzas, la varianza condicional a un conjunto de información disponible es menor a la varianza no condicional. Un teorema más general establece que la covarianza condicional es diferente a la covarianza no condicional (lo que también es válido para las correlaciones). Por lo tanto, los momentos no condicionales sólo pueden brindar una descripción preliminar. En este

sentido, el presente estudio busca determinar si los momentos condicionales de los datos brindan evidencia sobre la presencia del fenómeno de desmoderación en Perú.

### 3. MODELO TEÓRICO GENERAL CON HETEROCEDASTICIDAD

Sensier (2003) presenta un modelo que engloba los modelos de Blanchard (1983), Blinder (1986), Eichenbaum (1989), Kahn (1987) y Ramey (1991) sobre la base del modelo de Callen *et al.* (1990) y Cuthbertson y Gasparro (1993). Sea  $I_t$  el vector de los  $M$  niveles de inventarios mantenidos por la empresa representativa por tipo de bien  $k$ , por ejemplo, si  $M = 3$ ,  $k = 1$  (bienes finales);  $k = 2$  (bienes en proceso) y  $k = 3$  (materias primas), denominados en unidades de algún bien de consumo final que sirve como numerario. Asimismo, el vector de funciones para sus correspondientes niveles deseados se define como

$$1 \quad I_t^* = I^* \left( \underbrace{S_t}_+, \underbrace{z_t^I}_-, \underbrace{h_t^S}_+, \underbrace{r_t^H}_- \right),$$

donde  $S_t$  es el vector de ventas en el periodo  $t^H$  de los  $M$  tipos de bienes (al mercado y a la área de transferencia interna de la firma),  $z_t^I$  es el vector de factores de cambio tecnológico en el periodo  $t$  de los procedimientos de control de inventarios para los  $M$  tipos de bienes,  $r_t^H$  es el beneficio financiero-impositivo

---

<sup>11</sup> Es factible interpretar esta función para los niveles de inventarios deseados en el periodo  $t$  como dependiente de las ventas en el periodo  $t$ , cualquiera que sea este nivel (incluyendo un nivel predicho o esperado y elaborado con información disponible en algún periodo previo  $t-s$ , donde  $s > 0$ ). Por lo general, se ha considerado como dependiente de las ventas esperadas para el periodo  $t$  (ver por ejemplo, Sensier, 2003; Cuthbertson y Gasparro, 1993; Blinder y Maccini, 1991).

por mantener inventarios como activo<sup>12</sup> en el periodo  $t$  y  $h_t^S$  es el vector de las  $M$  desviaciones estándar en el periodo  $t$  del error de predicción (un periodo adelante) de cada componente del vector de ventas  $S_t$ , condicionales a toda la información disponible hasta el periodo corriente  $t$ . Los signos debajo de cada variable sugieren el sentido de la dependencia en estática comparativa (Callen *et al.*, 1990, y Cuthbertson y Gasparro, 1993). El costo o la pérdida incurrida por alejarse de los niveles deseados se define como la función

$$2 \quad C_t^A = C^A(I_t - I_t^*),$$

que se ha denominado *acelerador* en la literatura reciente.<sup>13</sup> El costo físico del mantenimiento de inventarios, que incluye el alquiler del espacio, el mantenimiento del ambiente adecuado para la conservación de las cualidades de los bienes (por ejemplo, refrigeración), el mantenimiento de máquinas transportadoras y horas-hombre para operarlas, entre otros, se define como el vector de funciones

$$3 \quad C_t^m = C^m(I_t, \delta),$$

donde  $\delta$  es el vector con las  $M$  tasas de depreciación (máxima merma efectiva permitida) de cada bien  $k$  mantenido en los inventarios de la empresa (por ejemplo,  $\delta^f$  es el componente

---

<sup>12</sup> Ver Sensier (2003). Callen *et al.* (1990) lo tratan como un costo financiero unitario por mantener inventarios.

<sup>13</sup> Por ejemplo, la suma de términos cuadráticos correspondientes a cada bien  $k$ , cada uno multiplicado por un coeficiente  $b_k/2$ .

correspondiente a los bienes finales).<sup>14</sup> El costo de producción de bienes finales se define como la función

$$C_t^P = C^P(v_t, P_t),$$

donde  $v_t$  es el término del costo marginal que varía en el tiempo<sup>15</sup> y  $P_t$  es el nivel de producción.<sup>16</sup> Para simplificar, a partir de ahora se supone que la empresa sólo mantiene inventarios de bienes finales ( $I_t = I_t^f$ ), y por ende todos los vectores ya mencionados en esta sección son escalares.

La *restricción de inventarios* establece una relación entre la producción, las ventas y el flujo de inventarios de bienes finales

---

<sup>14</sup> En Blinder (1982, 1986a, 1986b) y Sensier (2003),  $C_t^m$  es una función cuadrática en  $I_t^f$  sin constante y con coeficiente  $e_2/2$  para el término cuadrático. Eichenbaum (1989) usa una función cuadrática, pero con coeficiente  $e_{1t}$  para el término lineal (que varía en el tiempo). Aquí el costo físico de mantenimiento depende de las tasas de depreciación (que podrían variar en el tiempo).

<sup>15</sup> En Eichenbaum (1989) es un choque estocástico al costo marginal de producir  $P_t$  para que el modelo englobe el motivo de suavizamiento del costo de producción de Blanchard (1983) y West (1990), como por ejemplo un choque a los precios relativos de los factores. En general puede ser cualquier variable que afecte la decisión intertemporal de producción de la empresa, como la posición financiera o de liquidez de la empresa (Cuthbertson y Gasparro, 1993; Sensier, 2003) o el error de predicción de las ventas un periodo adelante (Sensier, 2003 también usa la predicción de la producción en sus estimaciones).

<sup>16</sup> En Blanchard (1983), Eichenbaum (1989), Sensier (2003) y West (1990),  $C_t^P$  es una función cuadrática en  $P_t$  sin constante y con coeficientes  $v_t$  para el término lineal y  $a/2$  para el término cuadrático. Si  $a$  es positivo, el costo marginal de producción es creciente y el modelo engloba el motivo de suavizamiento del nivel de la producción de Blinder (1986a); si  $a$  es negativo, el modelo engloba el caso considerado por Ramey (1991).

5

$$P_t = S_t + \Delta I_t^f,$$

que suele ser usada para obtener el flujo total de ventas (facturadas y no facturadas) de bienes finales. Con la secuencia histórica del flujo de inventarios se puede obtener el saldo de inventarios, por ejemplo, para los bienes finales,

6

$$I_t^f = (1 - \delta^f) I_{t-1}^f + I_t^f,$$

es decir, una ecuación de inventarios perpetuos donde  $\delta^f$  es la tasa de depreciación de los inventarios de bienes finales.

Con estos supuestos, la empresa maximiza la esperanza condicional del valor presente de los beneficios reales en el momento  $t$ ,  $\Pi_t$ , respecto a la secuencia de la variable de decisión,  $\{I_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$ , dadas las variables predeterminadas  $I_{t+j-1}^f$  y las secuencias de los mejores pronósticos de  $\{S_{t+j}, z_{t+j}^I, r_{t+j}, h_{t+j}^S, v_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}$  para todo el periodo considerado en el valor presente,  $[t, t+1, \dots, \infty)$ .

7

$$E_t[\Pi_t] \equiv \left[ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \left\{ S_{t+j} - C^A \left( I_{t+j}^f - I^* \left( S_{t+j}, z_{t+j}^I, r_{t+j}, h_{t+j}^S \right) \right) - C^m \left( I_{t+j}^f, \delta^f \right) - C^P \left( c_{t+j}, S_{t+j} + \Delta I_{t+j}^f \right) \right\} \right],$$

donde  $\beta$  es el factor de descuento y  $E_t[\cdot] \equiv E_t[\cdot | \Omega_t]$  es el operador de esperanza condicional a todo el conjunto de información  $\Omega_t$  relevante para la empresa que está disponible en el momento  $t$  cuando va a determinar la secuencia óptima  $\{\tilde{I}_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$ . Se ha supuesto que la función de ingresos por ventas es cóncava y que las funciones de costos son todas funciones convexas, por

lo que la condición de primer orden (ecuación de Euler) es la condición necesaria y suficiente para un óptimo.<sup>17</sup>

Eichenbaum (1989) soluciona este problema para un esquema de parámetros particular en el que la condición de primer orden brinda la condición necesaria y suficiente. Luego de una adecuada manipulación algebraica, obtiene la condición para el plan óptimo del saldo de inventarios  $\{\tilde{I}_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$ , según la cual:

- 1)  $I_t^f$  depende positivamente de las ventas esperadas en el futuro  $\{S_{t+j}^f\}_{j=0}^{\infty}$ : se mantienen inventarios para suavizar la producción;
- 2)  $I_t^f$  depende negativamente de las ventas corrientes  $S_t^f$ : como los costos marginales de producción son crecientes, existe un margen más allá del cual la empresa prefiere cubrir sus ventas con inventarios en vez de aumentar la producción;
- 3)  $I_t^f$  depende negativamente del choque estocástico corriente en el costo marginal de producción  $v_t$ : cuando los costos marginales de producción presentes son altos, la empresa prefiere cubrir sus ventas con inventarios en vez de nueva producción en el periodo presente;

---

<sup>17</sup> Se debería incluir, en esta formulación, los beneficios provenientes de todas las operaciones productivas y financieras que realiza la empresa, al menos aquellas asociadas con los diferentes tipos de inventarios; por ejemplo, los costos asociados a los factores para la producción de bienes en proceso separada de los bienes finales, los beneficios netos resultado de operaciones productivas de bienes en proceso, así como de operaciones financieras como la compraventa de materia prima (la *restricción de inventarios* se modificaría apropiadamente). La especificación simple en términos de beneficios reales evade considerar la posibilidad de contabilizar parte de las actividades financiero-especulativas que el sector corporativo puede realizar con los diferentes tipos de inventarios que mantiene.

- 4)  $I_t^f$  depende positivamente de los choques futuros al costo marginal de producción  $\{v_{t+j}\}_{j=1}^{\infty}$ : la empresa prefiere acumular inventarios con la producción presente cuando los costos marginales de producción presentes son bajos respecto a los futuros, y por lo tanto eventualmente cubrir sus ventas con inventarios en vez de producción futura; y
- 5)  $I_t^f$  depende negativamente de los coeficientes lineales (presentes y futuros) de los costos de mantenimiento de inventarios,  $\{e_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}$  (ver nota 14).

La formulación del problema de la empresa representativa supone que las variables son estacionarias. Como la producción y las ventas agregadas son no estacionarias, se requiere reformular el problema mediante una normalización apropiada o alternativamente utilizar el atajo de dos etapas propuesto por Callen *et al.* (1990): 1) proponer una relación lineal de cointegración entre el nivel no estacionario de inventarios y los factores determinantes del nivel deseado de inventarios; y 2) usar la secuencia de errores de cointegración para minimizar los costos totales  $C_t^T = C_t^m + C_t^P$  para cada periodo como función del saldo de inventarios.

Este marco teórico provee una explicación cualitativa de la relación entre el nivel de inventarios y sus factores determinantes aunque, como ya se mencionó, sólo se usará las variaciones porcentuales promedio (*var%*) en las secciones siguientes.<sup>18</sup>

---

<sup>18</sup> Otra justificación para ello se encuentra en la propiedad de las elasticidades  $\varepsilon_i$  de una función escalar que depende de  $n$  variables,  $z_t = z(x_t^1, \dots, x_t^n)$ , o sea  $var\%z_t = \sum_{i=1}^n (var\%x_t^i) \varepsilon_i$ . Esta propiedad es aplicable a cualquiera de las funciones usadas en este marco teórico (incluyendo las condiciones de Euler).

## 4. LOS MODELOS VARNN-ARCH PROPUESTOS

Se describe una familia de modelos dinámicos que son inmunes a problemas de heterocedasticidad y apropiados tanto para el modelo conceptual de la sección anterior como para la mayoría de modelos utilizados en macroeconomía, donde se busca que las medias condicionales se encuentren adecuadamente aproximadas a pesar de la presencia de valores atípicos y episodios de alta varianza (Hamilton, 2008).

### 4.1 Medias condicionales

En primer lugar, describimos los modelos por estimar para las medias condicionales. El primer modelo para estos momentos es la típica función lineal multivalorada de los modelos VAR( $K, p$ ),

$$\begin{aligned} 8 \quad y_t &= A_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t = A_0 + \sum_{j=1}^p A_j y_{t-j} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} &\sim N(0, \Sigma_t), \end{aligned}$$

donde  $y'_t \equiv \{y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Kt}\}$  y  $\varepsilon'_t \equiv \{\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Kt}\}$  son vectores de  $K$  variables estacionarias,  $\Omega_{t-1} \equiv \{y'_{t-1}, y'_{t-2}, \dots, y'_{t-p}\}$  es el conjunto de información relevante y  $\Sigma_t \equiv [\sigma_t^{ij}]$  es la matriz  $K \times K$  de covarianzas condicionales del periodo  $t$  ( $\sigma_t^{ij} = \sigma_t^{ji}$ ) para los modelos VAR( $K, p$ ).

Un segundo grupo de modelos de VAR no lineales generaliza el modelo de la ecuación 8:

$$9 \quad y_t = A_0 + g(\Omega_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} \sim N(0, \Sigma_t),$$

donde se suele postular una función no lineal multivalorada específica  $g(\cdot)$ , por ejemplo, eligiendo (de manera algo arbitraria) la función de transición suave, VSTVAR, o la función

de autoexcitación con límite, SETVAR (ver Granger y Teräsvirta, 1993).

En lugar de suponer *a priori* el conocimiento de la función  $g(\cdot)$ , una hipótesis que se toma como premisa en la macroeconomía moderna, aquí se usa un supuesto más general: la existencia de patrones no lineales desconocidos en los datos. Por ello se plantea utilizar modelos dinámicos flexibles (redes neuronales), cuya principal propiedad es justamente una elevada capacidad para aproximar dichos patrones en los datos. En este contexto, se elige una arquitectura de redes denominada *perceptrón multicapa* (MLP).<sup>19</sup> Su versión dinámica (VARNN-perceptrón o VARMLP) se utilizará para obtener una aproximación (global) de la función no lineal multivalorada  $g(\cdot)$ , aquella que mejor se ajuste a los patrones no lineales en los datos.<sup>20</sup> Según dicha arquitectura, ello es posible mediante la combinación de un número finito de  $H$  funciones no lineales básicas estructuradas en un grafo multicapa,

$$10 \quad g(\Omega_{t-1}) \approx \beta_0 + \sum_{i=1}^H \beta_i h_i(\Omega_{t-1}) = \sum_{i=1}^H \beta_i \Psi_i \left( \Delta_{0,i} + \sum_{j=1}^p \Delta_i(j) y_{t-j} \right),$$

donde las  $H$  unidades  $h_i$  son denominadas *unidades escondidas*, cada una de las cuales es una función no lineal multivalorada  $\Psi_i$ , cuyos componentes son funciones acotadas.<sup>21</sup>

<sup>19</sup> Ver Dorffner (1996). Esta arquitectura de *redes neuronales artificiales* (ANN, del inglés) se utiliza en series temporales (también conocidas como *feedforward ANN*; ver Kuan y Liu, 1995).

<sup>20</sup> Una aproximación de Taylor requiere una función específica y un punto de aproximación.

<sup>21</sup> Shachmurove (2002) menciona que la principal ventaja de las ANN es la habilidad de analizar rápidamente patrones complejos, con un alto grado de precisión y sin mantener supuestos sobre la distribución de los datos. Entre las desventajas se tiene la tendencia a sobreparametrizar o a subparametrizar y la falta de un método estructurado y estándar para elegir, desarrollar, entrenar y evaluar una ANN.

## 4.2 Covarianzas condicionales

En segundo lugar, se describe la familia de modelos para las matrices de covarianzas condicionales del modelo que se estimará finalmente. Esta es la familia de modelos ARCH multivariados, cuyos miembros más conocidos son los denominados VECH, BEKK y exponencial. El modelo VECH es el más general,

$$11 \quad vech(\Sigma_t) = c + \sum_{h=1}^p C_h vech(\varepsilon_{t-h} \varepsilon'_{t-h}) + \sum_{k=1}^q B_k vech(\Sigma_{t-k}),$$

donde al usar el operador *vech* (que apila los elementos sobre y debajo de la diagonal de una matriz cuadrada), se tiene que  $c$  es un vector de orden  $[K(K+1)/2] \times 1$  y  $\{C_h\}$ ,  $\{B_k\}$  son matrices de orden  $[K(K+1)/2] \times [K(K+1)/2]$ . Como mencionan Ding y Engle (2001), su generalidad va de la mano con su reducida parsimonia y la dificultad para imponer restricciones que aseguren una secuencia de matrices  $\{\Sigma_t\}$  positivamente definidas (salvo la imposición de  $\{C_h\}$  y  $\{B_k\}$  diagonales).

El modelo BEKK es una versión restringida del modelo VECH que genera una secuencia de matrices  $\{\Sigma_t\}$  positivamente definidas al imponer una estructura paramétrica de forma cuadrática,

$$12 \quad \Sigma_t = CC' + \sum_{h=1}^p D_h (\varepsilon_{t-h} \varepsilon'_{t-h}) D'_h + \sum_{k=1}^q E_k \Sigma_{t-k} E'_k,$$

donde  $C$ ,  $\{D_h\}$  y  $\{E_k\}$  son matrices  $K \times K$  y sólo  $C$  es triangular inferior. Engle y Kroner (1995) brindan las condiciones por las cuales el modelo BEKK engloba todos los modelos VECH diagonales con una secuencia de matrices  $\{\Sigma_t\}$  positivamente definidas y casi todos los modelos VECH con una secuencia de matrices  $\{\Sigma_t\}$  positivamente definidas. Estas condiciones eliminan las representaciones redundantes (que se observan equivalentes).

La posibilidad de asimetrías en las covarianzas condicionales ha sido considerada mediante dos estrategias. La primera impone restricciones específicas no necesariamente avaladas por los datos (por ejemplo, las propuestas en Ebrahim, 2000; ver anexo B en Barrera, 2010) mientras que la segunda, propuesta por Kawakatsu (2006), usa una parametrización sin restricciones específicas, por lo que se adaptará al modelo del presente estudio.

La propuesta de Kawakatsu (2006) es una generalización del modelo asimétrico de Nelson (1991) al caso multivariado que logra mantener la generalidad de la representación VECH mediante una innovadora estructura paramétrica que genera una secuencia de matrices  $\{\Sigma_t\}$  positivamente definidas sin las sensibles simplificaciones de Ebrahim (2000). Usando la representación VECH, Kawakatsu (2006) propone

$$\begin{aligned} \text{13} \quad \text{vech}(\log(\Sigma_t)) - c_0 = & \sum_{h=1}^p C_t^* \varepsilon_{t-h} + \sum_{h=1}^p C_t^{**} (|\varepsilon_{t-h}| - E\{|\varepsilon_{t-h}|\}) \\ & + \sum_{k=1}^q B_k (\text{vech}(\log(\Sigma_{t-k})) - c_0), \end{aligned}$$

donde  $\log(\Sigma_t)$  es el *logaritmo matricial* de  $\Sigma_t$ ,  $\text{vech}(\log(\Sigma_t))$  y  $c_0 \equiv \text{vech}(C)$  son vectores  $[K(K+1)/2] \times 1$ ,  $C$  es una matriz simétrica  $K \times K$  y las matrices  $\{C_h^*\}$ , y  $\{B_k\}$  tienen dimensiones  $[K(K+1)/2] \times K$ ,  $[K(K+1)/2] \times K$  y  $[K(K+1)/2] \times [K(K+1)/2]$ , respectivamente. Las matrices  $\{C_h^{**}\}$  registran los efectos asimétricos (*leverage effects*) en el proceso de covarianzas condicionales.

Al usar la transformación logarítmica matricial de la matriz de covarianzas (simétrica), no se requiere que  $\log(\Sigma_t)$  sea positivamente definida (ni imponer condición alguna). Al aplicar la operación exponencial matricial (inversa) en ese espacio transformado, se obtiene una matriz de covarianzas que es simétrica y por ende positivamente definida. Esto permite especificar cualquier dinámica para esta matriz y generar siempre una secuencia de matrices  $\{\Sigma_t\}$  positivamente definidas.

Si  $T$  es el número de observaciones, donde  $y'_t \equiv \{y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Kt}\}$  es la transpuesta del vector de  $K$  variables y  $\Theta$  es el vector columna de todos los parámetros, la densidad condicional normal multivariada de  $y_t | \Omega_{t-1}$  puede escribirse como:

$$14 \quad f(y_t | \Omega_{t-1}; \Theta) = (2\pi)^{-\frac{K}{2}} |\Sigma_t|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\varepsilon'_t \Sigma_t^{-1} \varepsilon_t)\right);$$

y la función de log-verosimilitud resulta  $l_Q = \sum_{t=1}^T l_t$ , donde  $l_t \equiv \log(y_t | \Omega_{t-1}; \Theta)$ . Para fines comparativos, la contribución de la observación  $t$  a esta función de log-verosimilitud resulta ser

$$15 \quad l_t = -\frac{1}{2} \left( K \log(2\pi) + \log(|\Sigma_t|) + \varepsilon'_t \Sigma_t^{-1} \varepsilon_t \right).$$

Para el caso del modelo exponencial matricial de Kawakatsu (2006), esta expresión puede describirse como

$$16 \quad l_t = -\frac{1}{2} \left( K \log(2\pi) + \log m \left( \left| e^{\log m(\Sigma_t)} \right| \right) + \varepsilon'_t \left( e^{\log m(\Sigma_t)} \right) \varepsilon_t \right).$$

Al usar las siguientes propiedades del exponencial matricial y del logaritmo matricial:

$$1) \text{ para toda matriz cuadrada } A, \left( e^A \right)^{-1} = e^{-A},$$

$$2) \text{ para toda matriz simétrica } S, \log m \left( \left| e^S \right| \right) = \text{traza}(S),$$

se obtiene

$$17 \quad l_t = -\frac{1}{2} \left( K \log(2\pi) + \text{traza}(\log m(\Sigma_t)) + \varepsilon'_t \left( e^{-\log m(\Sigma_t)} \right) \varepsilon_t \right).$$

Al añadir la matriz exponencial de Kawakatsu (2006) a la modelación no estructural propuesta, que incluye una distribución multivariada  $t$  de Student, todos los parámetros son

robustos ante la presencia de observaciones atípicas sin imponer restricciones específicas no necesariamente avaladas por los datos. Este modelo es estimado para el caso peruano con los 65 datos trimestrales del periodo 1994t1-2010t1.<sup>22</sup> Todas las variables se expresan como *variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres*.

La estimación de este modelo econométrico dinámico y flexible es factible, a pesar de las restricciones computacionales, si se enfrenta el problema de sobreparametrización. Este problema es común en modelos de redes neuronales y puede reducir su utilidad para fines de predicción. El anexo B describe el método de *máxima verosimilitud penalizada* para solucionar este problema y el asociado número reducido de grados de libertad.

### 4.3 Una estructura contemporánea

Se plantea un modelo estructural para descomponer la matriz de covarianzas del periodo final  $t = T$  del modelo VAR-NN-ARCH no estructural estimado (aunque la discusión que sigue es aplicable a la matriz de covarianzas de cualquier periodo  $t$ ). Utilizando la descomposición  $AB$ , la matriz  $(I-A)$  es una matriz triangular y la matriz  $B$  es una matriz diagonal de dimensión  $k = 5$ . El ordenamiento del modelo estructural  $y'_t \equiv \{DemX_t, DemPu_t, DemPr_t, SInv_t, PIB_t\}$  debe ser tomado en cuenta para la interpretación de sus coeficientes: los choques más exógenos corresponden a los de las tasas de crecimiento de  $\{DemX_t, DemPu_t, DemPr_t\}$ , ante lo cual sigue la acción compensatoria del choque en la tasa de crecimiento de  $\{SInv_t\}$

---

<sup>22</sup> Se descartó la posibilidad de incluir el periodo de inflación elevada y su posterior estabilización debido a las fluctuaciones considerables en los precios relativos. Con los rezagos en las medias condicionales y los rezagos en las covarianzas condicionales, la muestra de covarianzas condicionales estimadas es de 41 observaciones (2000t1-2010t1).

(según los incentivos prevalecientes), todo lo cual finalmente determina el choque en la tasa de crecimiento del  $\{PIB_t\}$ .

Los valores o signos esperados de los coeficientes  $a_{ij}$  en la matriz  $(I-A)$  provienen del modelo teórico de la sección 3. Se postula que existen relaciones contemporáneas entre los choques en los tres componentes de la demanda agregada: se espera que  $\{DemPu_t\}$  cumpla alguna función compensatoria ante los choques en  $\{DemPr_t\}$  y  $\{DemX_t\}$  (relaciones *inversas* reflejadas en coeficientes *positivos* inmediatamente bajo la diagonal principal de la submatriz (1:3,1:3) de  $(I-A)$ ; ver el cuadro 3). Asimismo, los choques en los tres componentes afectan las decisiones de inventarios y producción de las empresas. Si su único incentivo para mantener inventarios fuera la suavización de la producción, las relaciones contemporáneas entre  $\{SInv_t\}$  y los tres componentes de la demanda agregada serían *inversas* y se reflejarían en coeficientes *positivos* en la cuarta fila de  $(I-A)$ . Pero si existen incentivos adicionales para el crecimiento de  $\{SInv_t\}$ , estas relaciones podrían ser *directas* (coeficientes *negativos* en dicha fila). Por su parte, mientras que la suavización de la producción,  $\{PIB_t\}$ , la independizaría de los choques de demanda (los coeficientes de la quinta fila serían nulos), los *incentivos adicionales* generarían relaciones *directas* entre los choques de oferta<sup>23</sup> y todos los demás (coeficientes *negativos* en esta fila).<sup>24</sup>

---

<sup>23</sup> Como se mencionó en la sección 3, los choques en la producción engloban choques en los costos marginales (por ejemplo, en los precios relativos de los factores de producción) y choques tecnológicos (inversiones que mejoren el acervo de capital), así como también choques en el proceso productivo (problemas de logística como, por ejemplo, cortes en el suministro de energía para la producción manufacturera o minera, de insumos como el agua para la producción agrícola, entre otros).

<sup>24</sup> No se mencionó en la sección 2 que el crecimiento de  $\{DemAg_t\}$  es un promedio ponderado del crecimiento de los primeros tres componentes del vector de variables endógenas.

Cuadro 3

MATRIZ (I-A)					
<i>Afectan al choque estructural en:</i>	<i>Choques estructurales de</i>				
	<i>DemX</i>	<i>DemPu</i>	<i>DemPr</i>	<i>SInv</i>	<i>PIB</i>
<i>DemX</i>	1	0	0	0	0
<i>DemPu</i>	$a_{21}$	1	0	0	0
<i>DemPr</i>	$a_{31}$	$a_{32}$	1	0	0
<i>SInv</i>	$a_{41}$	$a_{42}$	$a_{43}$	1	0
PIB	$a_{51}$	$a_{52}$	$a_{53}$	$a_{54}$	1

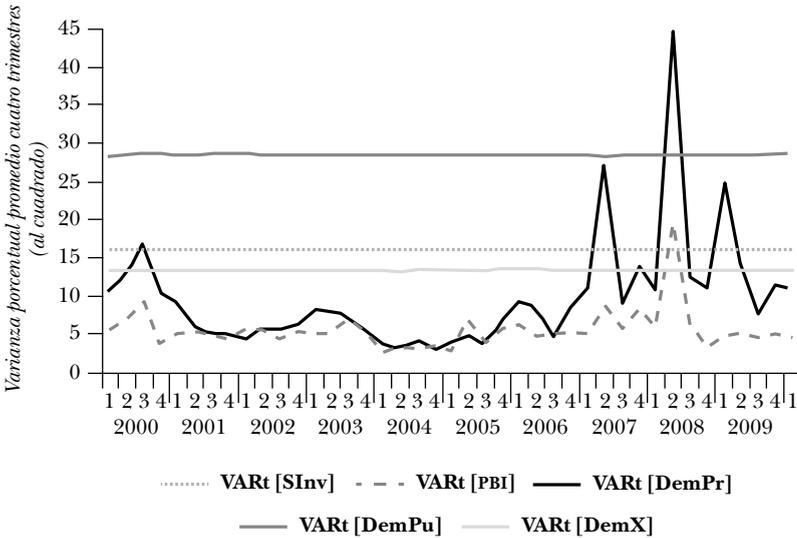
## 5. RESULTADOS

Desde el punto de vista econométrico y estadístico, cabe preguntarse sobre la relevancia de utilizar supuestos tan generales y realizar pruebas estadísticas que verifiquen la necesidad de los mismos, sea de manera individual o conjunta. La respuesta, sin embargo, debe considerar la necesidad de anidar hipótesis más simples dentro del modelo propuesto, una consideración que ha probado ser escasa en la literatura reciente sobre la verosimilitud penalizada (ver anexo B).

A continuación, se presenta los resultados asociados a la herramienta general de observación propuesta, que impone una cantidad mínima de supuestos mantenidos (con el costo adicional asociado a su estimación). Un producto adicional de esta herramienta es el conjunto de estimados de las covarianzas condicionales (las varianzas condicionales indican periodos de mayor incertidumbre para cada variable del modelo).

Gráfica 3

VARIANZAS CONDICIONALES DE LOS TRES COMPONENTES DE LA DEMANDA AGREGADA, LOS INVENTARIOS Y LA PRODUCCIÓN 2000t1-2010t1



5.1 Modelo VARNN-ARCH no estructural

La gráfica 3 presenta la varianza condicional de las *variaciones porcentuales promedio de cuatro trimestres* de cada uno de los tres componentes de la demanda agregada, los inventarios y la producción (es decir, las unidades son variaciones al cuadrado).

Se aprecia que las varianzas condicionales del *DemPr* y del PIB son cambiantes en el tiempo, mientras que la del *SInv*, el *DemPu* y las *DemX* aparecen como pseudoconstantes debido al rango de variación de las cambiantes en el tiempo.<sup>25</sup>

<sup>25</sup> Estos dos amplios rangos de variación pueden reflejar la necesidad de separar los *quanta* de los precios relativos inherentes a las unidades originarias (nuevos soles de 1994) para incluirlas en modelos de mayor dimensión (y dificultad para estimar).

Las varianzas condicionales del *DemPr* y del PIB suelen elevarse contemporáneamente, destacando los saltos en la incertidumbre más recientes. Por otro lado, la secuencia de las varianzas condicionales de PIB suele ser menor que la secuencia correspondiente al *DemPr*, lo que refleja la existencia de un grado de estabilización de la producción respecto al *DemPr* que es atribuible a la administración de los inventarios y que es más notorio en la eventualidad de saltos en la incertidumbre del *DemPr*. Respecto a las varianzas condicionales pseudoconstantes en el tiempo, la del *DemPu* es mayor que la del *SInv*, y esta a su vez es mayor que la del *DemX*. Como estas varianzas pseudoconstantes suelen ser mayores que las varianzas que cambian en el tiempo (*DemPr* y PIB), la estabilización de la producción se realiza respecto a cada uno de estos tres componentes de la demanda agregada.

Respecto a la secuencia estimada de la varianza condicional de la *DemAg*, que se ha añadido a las gráficas anteriores, esta fue calculada a partir de la submatriz de covarianzas condicionales correspondientes a las variaciones de sus tres componentes (*DemPr*, *DemPu* y *DemX*).

La varianza condicional de la *DemAg* confirma la posibilidad que motivó este trabajo: que resulta menor que la varianza condicional del PIB (excepto en un trimestre posterior al periodo reciente de máxima incertidumbre) y con una magnitud relativa alrededor de uno a cuatro (durante el periodo de menor incertidumbre). Este resultado contrasta con los resultados obtenidos con las varianzas no condicionales (ver el cuadro 2), se explica por el efecto de las covarianzas condicionales entre sus tres componentes.

En conclusión, el manejo agregado de inventarios resulta en la estabilización de la producción por medio de mecanismos que se reflejan en las covarianzas condicionales de las variaciones de los tres componentes de la *DemAg* (*DemPr*, *DemPu*

---

En todo caso, todos los momentos condicionales del modelo estimado lo son respecto a las pocas variables incluidas.



Cuadro 4

RELACIONES CONTEMPORÁNEAS ESTIMADAS							
SpVARNN-ARCH con cinco variables							
		<i>I-A</i>					
		<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	
		<i>B</i>	<i>DemX</i>	<i>DemPu</i>	<i>DemPr</i>	<i>SInv</i>	<i>PIB</i>
1	<i>DemX</i>	3.671 (1.985)	1.000				
2	<i>DemPu</i>	5.361 (1.679)	0.053 (0.123)	1.000			
3	<i>DemPr</i>	3.332 (1.112)	0.059 (0.074)	(0.047) (0.118)	1.000		
4	<i>SInv</i>	4.040 (0.521)	0.044 (0.117)	0.172 (0.188)	(0.076) (0.115)	1.000	
5	<i>PIB</i>	1.822 (1.335)	(0.013) (0.016)	(0.002) (0.026)	(1.207) (0.016)	(0.008) (0.033)	1.000

## 5.2 Modelo VARNN-ARCH estructural: estructura contemporánea

El cuadro 4 presenta los coeficientes estimados para las matrices de la descomposición  $AB$  de la matriz de covarianzas condicional estimada del periodo final de la muestra ( $T=2010t1$ ). Nótese que los elementos debajo de la diagonal en  $(I-A)$  tienen el signo inverso al de los correspondientes elementos de  $A$ , mientras que los elementos diferentes de cero de la matriz  $B$  (su diagonal) se presentan como un vector columna.

Todos los parámetros estimados en la matriz  $(I-A)$  del periodo  $T$  de la muestra son estadísticamente iguales a cero, con la excepción del parámetro que mide el efecto *positivo* del choque estructural del *DemPr* sobre el PIB ( $-1.207$  en el cuadro). Los estimados en el periodo  $T$  de la muestra indican que las

relaciones contemporáneas entre el *SInv* y los componentes de la *DemAg* son estadísticamente iguales a cero. Por lo tanto, la suavización del crecimiento de PIB no es el único incentivo para el crecimiento del *SInv* en este periodo, pudiendo haber *incentivos adicionales* para ello. El único parámetro estadísticamente diferente de cero es coherente con la presencia de estos incentivos adicionales, que según el contexto macroeconómico de ese periodo significa que los choques negativos en el crecimiento del *DemPr* se reflejaron en disminuciones en el crecimiento de la producción medida en el PIB.

Sobre la base de estas relaciones contemporáneas, se obtienen las funciones de respuesta de cualquier variable  $i$  ante un cambio porcentual de 1% en cualquiera de las variables  $j$  (*funciones de respuesta al impulso*), denotadas como  $FRI[j \rightarrow i]$ . Las funciones de respuesta al impulso (FRI) fueron calculadas como la diferencia entre dos proyecciones que no parten de un estado estacionario: la proyección con el choque estructural del periodo  $T$ , el último periodo de la muestra, y la proyección sin este choque (ver Koop *et al.*, 1996).

En general, las FRI no presentan asimetrías en el signo o magnitud de los choques, aunque la escala de los efectos contemporáneos (respuestas en el periodo  $T$ ) domina la escala del resto de la secuencia (respuestas en los periodos  $T+h$ ,  $h \neq 0$ ). Por este motivo las FRI se presentan en matrices de  $2 \times 2$  subgráficas: las FRI de la primera fila incluyen los efectos contemporáneos, mientras que las de la segunda fila, los excluyen.<sup>26</sup>

### 5.3 Respuestas a impulsos en *DemPr*

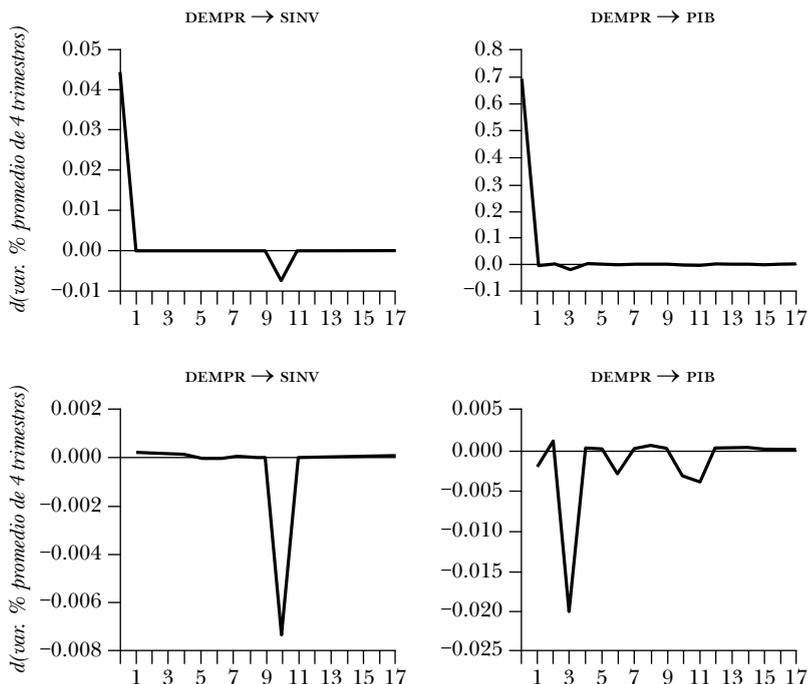
La gráfica 5 presenta las FRI del crecimiento en el *SInv* y el PIB estimadas para un choque de un 1% en el crecimiento del

---

<sup>26</sup> Las gráficas de la primera fila incluyen el valor del coeficiente correspondiente al efecto contemporáneo estimado en la matriz  $A$  (cuadro 4), que típicamente es mayor (en valor absoluto) al del efecto contemporáneo en la correspondiente FRI por la manera en la que esta fue calculada.

Gráfica 5

FUNCIONES DE RESPUESTA AL IMPULSO DEL CRECIMIENTO EN EL SINV Y EL PIB ESTIMADAS PARA UN CHOQUE DE UN 1% EN EL CRECIMIENTO DEL DEMPR



*DemPr*. Este choque estructural positivo en el *DemPr* genera que el crecimiento del PIB aumente al momento del impacto, caiga un poco después para luego caer sucesivamente de manera marginal y tendiendo a cero; por su parte, el crecimiento del *SInv* aumenta en el efecto, continúa aumentando muy ligeramente para luego caer 10 trimestres más adelante.

Considerando las magnitudes relativas, un choque estructural positivo en el crecimiento del *DemPr* es absorbido inicialmente por un fuerte aumento en el crecimiento del PIB y un

aumento ligero en el crecimiento del *SInv* (al que le sigue una caída tardía pero menor, diez trimestres adelante); un comportamiento poco acorde con la intuición simple de la gestión de inventarios pero coherente con *incentivos adicionales* para elevar el crecimiento del *SInv*, como los rezagos en el ajuste del proceso productivo agregado y las variaciones inducidas en precios que maximizan beneficios privados (precios corrientes elevados respecto al costo marginal de producción de los bienes almacenados, no necesariamente bienes finales).

El modelo estimado captura aquí los episodios en los que la inversión en inventarios amplifica la respuesta del PIB ante choques negativos en la demanda de elevada magnitud (en las fases recesivas de la economía peruana desde inicios de los noventa, en particular la más reciente), el fenómeno de *desmoderación* mencionado en la sección 1.

Las limitaciones en las estadísticas de inventarios en Perú<sup>27</sup> obligan a posponer un contraste estricto de una hipótesis recientemente propuesta según la cual las crisis internacionales explican gran parte de las recientes fluctuaciones en el ciclo de los inventarios (en particular de exportables primarios) y por ende en la actividad de una economía cada vez más globalizada como la peruana (ver Alessandria *et al.*, 2010).<sup>28</sup> El

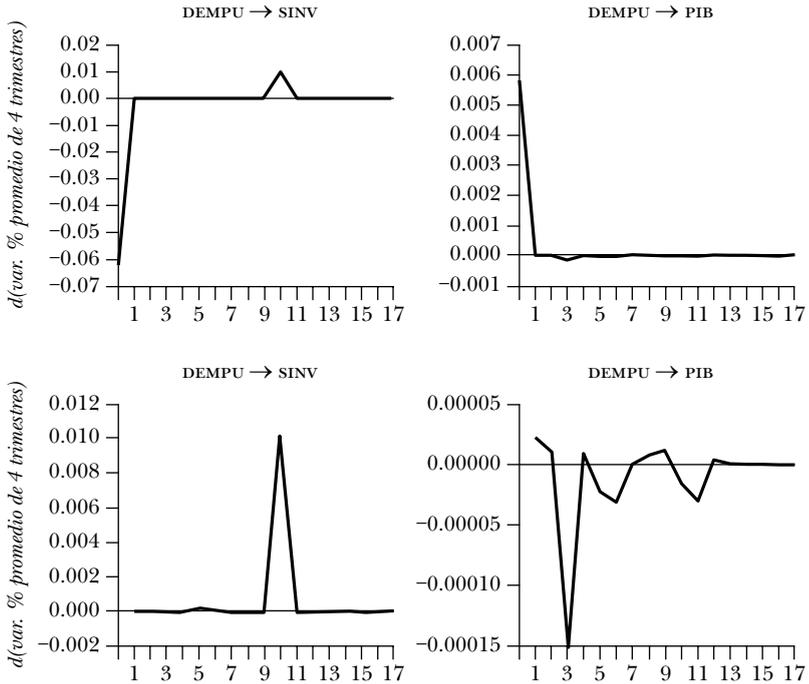
---

<sup>27</sup> Barrera (2009) utiliza las *variaciones porcentuales promedio de 12 meses* para fechar, con periodicidad mensual, las fases de los ciclos en los negocios de la economía peruana. Usar estas unidades evita los problemas de medición en los niveles reales mensuales, elevando la robustez de las *fechas mensuales* de los picos y las fosas. Dadas estas fechas, si los coeficientes (inversión en inventarios)/PIB de las fases recesivas de Perú se calculan usando los flujos reales *trimestrales* en millones de soles de 1994, únicamente el coeficiente correspondiente a la recesión entre diciembre de 1997 y agosto de 1999 (1997m12-1999m8) resultará válido.

<sup>28</sup> Desagregar la inversión en inventarios en sus componentes típicos (insumos, bienes en proceso y bienes finales) no es factible con los datos de Perú, ni mucho menos en sus componentes de comercio exterior (exportables, importables y no comerciados).

Gráfica 6

**FUNCIONES DE RESPUESTA AL IMPULSO DEL CRECIMIENTO EN EL SINV Y EL PIB ESTIMADAS PARA UN CHOQUE DE UN 1% EN EL CRECIMIENTO DEL DEMPU**



presente trabajo proporciona evidencia indirecta a favor de esta hipótesis.

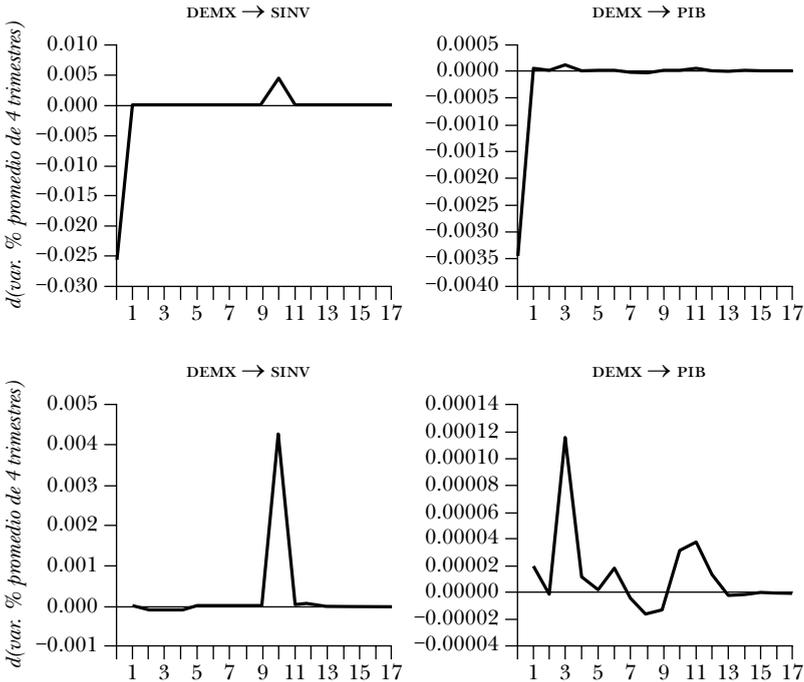
#### 5.4 Respuestas a impulsos en el *DemPu*

La gráfica 6 presenta las FRI del crecimiento en el *SInv* y PIB estimadas para un choque de 1% en el crecimiento del *DemPu*. Ante

Esta última desagregación es la usada en Alessandria *et al.* (2010) para Estados Unidos.

## Gráfica 7

### FUNCIONES DE RESPUESTA AL IMPULSO DEL CRECIMIENTO EN EL SINV Y EL PIB ESTIMADAS PARA UN CHOQUE DE UN 1% EN EL CRECIMIENTO DEL DEMX



un choque estructural positivo en el crecimiento del *DemPu*, el crecimiento del *SInv* cae en el impacto y luego se mantiene sin reacción hasta que aumenta diez trimestres más adelante. Por el contrario, el crecimiento del PIB aumenta en el efecto y posteriormente crece muy ligeramente para caer con poca intensidad y luego mantener una serie de caídas y rebotes pequeños con la línea del cero como techo.

Dadas las magnitudes relativas, un aumento en el crecimiento del *DemPu* es absorbido por una fuerte caída en el

crecimiento del *SInv* así como por un pequeño aumento en el crecimiento del PIB. El proceso de licitaciones asociadas al gasto del gobierno es muy diferente al proceso del gasto privado en agregado; ello puede explicar este comportamiento más acorde con la intuición de la gestión de los inventarios, pero inverso al que resulta de un choque en el *DemPr* (del mismo signo).

### 5.5 Respuestas a impulsos en las *DemX*

La gráfica 7 presenta las FRI del crecimiento en el *SInv* y el PIB estimadas para un choque de 1% en el crecimiento de las *DemX*. Ante un choque estructural positivo en el crecimiento de las *DemX*, el crecimiento del *SInv* cae en el impacto y luego se mantiene sin reacción hasta que aumenta marginalmente 10 trimestres más adelante. Por su parte, el crecimiento del PIB disminuye casi imperceptiblemente y después mantiene una serie de aumentos y disminuciones marginales.

Dadas las magnitudes relativas, un aumento en el crecimiento de las *DemX* es absorbido por una caída en el crecimiento del *SInv* así como por una caída imperceptible en el crecimiento del PIB. En lo que se refiere al crecimiento del *SInv*, la respuesta es cualitativamente similar a la respuesta ante un choque estructural positivo en el *DemPu*, por lo que no se descarta que la manera de contratar las ventas al exterior de bienes y servicios tenga efectos similares a los que surgen de la manera de contratar las ventas al gobierno nacional, sobre la gestión de inventarios agregada. En ambos casos, la magnitud de las respuestas en el crecimiento del PIB refleja que el crecimiento en el PIB no es el canal principal de ajuste. Sin embargo, la disminución en el crecimiento en el PIB ante el choque en las *DemX* puede entenderse como el efecto de la dinámica de la producción minera (que reduce producción frente a elevados precios externos).

## 5.6 Observaciones

En el cálculo de las FRI se utiliza una proyección sin choque que no parte de un estado estacionario. La comparación de esta proyección frente a la ejecución reciente de los componentes de la demanda agregada para el periodo 2010t2-2010t4 (fuera de la muestra) no fue alentadora, reflejando que la propagación los choques durante los dos últimos años sustenta un escenario de desaceleración en el mediano plazo.

Los patrones de las FRI no son de transición suave como en los modelos VAR lineales sobreparametrizados. Por ejemplo, los del *SInv* se reflejan tanto en el efecto como 10 trimestres luego del choque en algún componente de la *DemAg* (aunque con diferentes signos), lo que se explica por las diferentes formas de contratar o demandar bienes y servicios.<sup>29</sup> Esta falta de transición suave suele obtenerse cuando se imponen restricciones de exclusión (parsimonia) en los parámetros de un modelo de VAR lineal (ver Lütkepohl, 2005). De manera análoga, puede resultar de la (log) verosimilitud penalizada (ver anexo B) usada al estimar parsimoniosamente el modelo VARNN-ARCH.

Finalmente, la ausencia de asimetrías en las respuestas ante choques de diferente signo o magnitud puede ser un resultado preliminar pero robusto. La optimización de la (log) verosimilitud penalizada de un modelo de redes neuronales (ver anexo B) equivale a un proceso de aprendizaje, y este puede resultar extenso. Por las restricciones de tiempo de computadora, la optimización debió truncarse luego de un número elevado de

---

<sup>29</sup> Otra explicación es que los mecanismos asociados a la gestión de los inventarios agregados no se reflejan tanto en la media condicional (que sirve para cuantificarlas) sino más bien en los segundos momentos condicionales. En términos estructurales, una gestión de los inventarios más completa incluye factores de riesgo asociados a pérdidas y ganancias. En términos econométricos, es posible que la maximización de la log-verosimilitud penalizada refleje la dominancia de las variaciones en la matriz de covarianzas condicional por sobre los errores cuadráticos del vector de medias condicionales.

iteraciones, sin que la red haya logrado detectar asimetrías. Sin embargo, la distribución  $t$  de Student multivariada permite descartar asimetrías espurias en las medias condicionales, por lo que podría afirmarse que la red neuronal aún no ha detectado aquellas asimetrías en los datos porque no son evidentes.

## 6. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Este artículo aproxima de forma econométrica los efectos no lineales (asimetrías) potencialmente importantes que el manejo de inventarios ejerce sobre la dinámica de la producción considerando que su volatilidad varía en el tiempo. Para ello se descompone la demanda agregada en tres componentes (interna pública, interna privada y externa).

Los resultados más relevantes se presentan en términos de las covarianzas condicionales. Las covarianzas ( $SInv, DemPu$ ) y ( $SInv, DemX$ ) son negativas, reflejando las relaciones *inversas* esperadas cuando no hay incentivos para mantener inventarios más que para suavizar la producción. La covarianza ( $SInv, DemPr$ ) es la única positiva, reflejando las relaciones *directas* esperadas cuando hay incentivos adicionales al suavizamiento del crecimiento del PIB. En términos de las relaciones contemporáneas, el único parámetro estadísticamente diferente de cero es coherente con la presencia de estos incentivos adicionales. Este parámetro indica que un choque positivo en el  $DemPr$  será absorbido principalmente por *un aumento más que proporcional* en el choque del ritmo de producción, por lo que está presente un efecto amplificador (desmoderador) de los choques de demanda sobre la evolución de la producción que se explica por el ciclo de los inventarios. De hecho, parte de este mayor ritmo de producción servirá para un crecimiento mayor en la acumulación de inventarios, los que muy probablemente permiten maximizar ganancias cuando los precios corrientes son elevados respecto al costo marginal de producción de los bienes almacenados.

Un incentivo adicional para mantener inventarios surge de la necesidad de disponer de un activo no financiero que permita compensar el endeudamiento de corto plazo en que se incurrió para cubrir la producción con demanda creciente en la eventualidad de que esta mayor demanda se revierta. Justamente, dada la simetría hallada en las FRI, un choque negativo en el *DemPr* será compensado principalmente por un menor ritmo de producción, así como por disminuciones en el crecimiento del acervo de inventarios (aunque de un orden de magnitud menor). Este resultado puede ser coherente con una gestión de los inventarios que toma en cuenta los rezagos en el ajuste del proceso productivo agregado, así como las variaciones inducidas en precios que maximizan beneficios privados, en particular cuando los precios corrientes son elevados respecto al costo marginal de producción de los bienes almacenados (no necesariamente bienes finales). En este sentido, hay indicios de que el efecto amplificador (desmoderador) se podría explicar por el ciclo de los inventarios de materias primas o bienes el proceso (aunque no disponemos de los datos para corroborar esta hipótesis más específica).

El modelo estimado captura parcialmente los episodios alrededor de los puntos de quiebre del PIB en los que la inversión en inventarios amplifica la respuesta del producto ante choques en la demanda de elevada magnitud. Este trabajo proporciona entonces evidencia indirecta a favor de la hipótesis de que las crisis internacionales recientes explican gran parte de las recientes fluctuaciones en el ciclo de los inventarios (en particular de exportables primarios) y por ende en la actividad de una economía cada vez más globalizada como la peruana (ver Alessandria *et al.*, 2010). Esto explicaría tentativamente la desmoderación que se describió en la sección 1, en particular en la *incidencia promedio* del crecimiento de la inversión en inventarios en el crecimiento del PIB real durante cuatro recesiones

recientemente observadas en Perú (antes de la generada como consecuencia de la crisis en EUA en 2007-2008; ver el cuadro 1).

Es evidente la necesidad de incluir otras variables potencialmente relevantes (algunas de las cuales no están disponibles para la economía peruana, como la desagregación de la inversión en inventarios en materias primas, bienes en proceso y bienes finales). Ante la ausencia de estos datos desagregados, los resultados del presente modelo de inversión en inventarios con información agregada respecto a la *estabilización* de la producción pueden constituir una referencia para modelos más completos que logren incluir inventarios de bienes en proceso y de materias primas (separados de los bienes finales) en la modelación de la matriz de covarianzas condicionales. Ello significaría una evaluación más adecuada de la estabilización de la producción en términos de los segundos momentos condicionales, así como una mejora en la capacidad de representación de la estructura de relaciones en las medias condicionales y, por ende, en la capacidad predictiva del modelo.

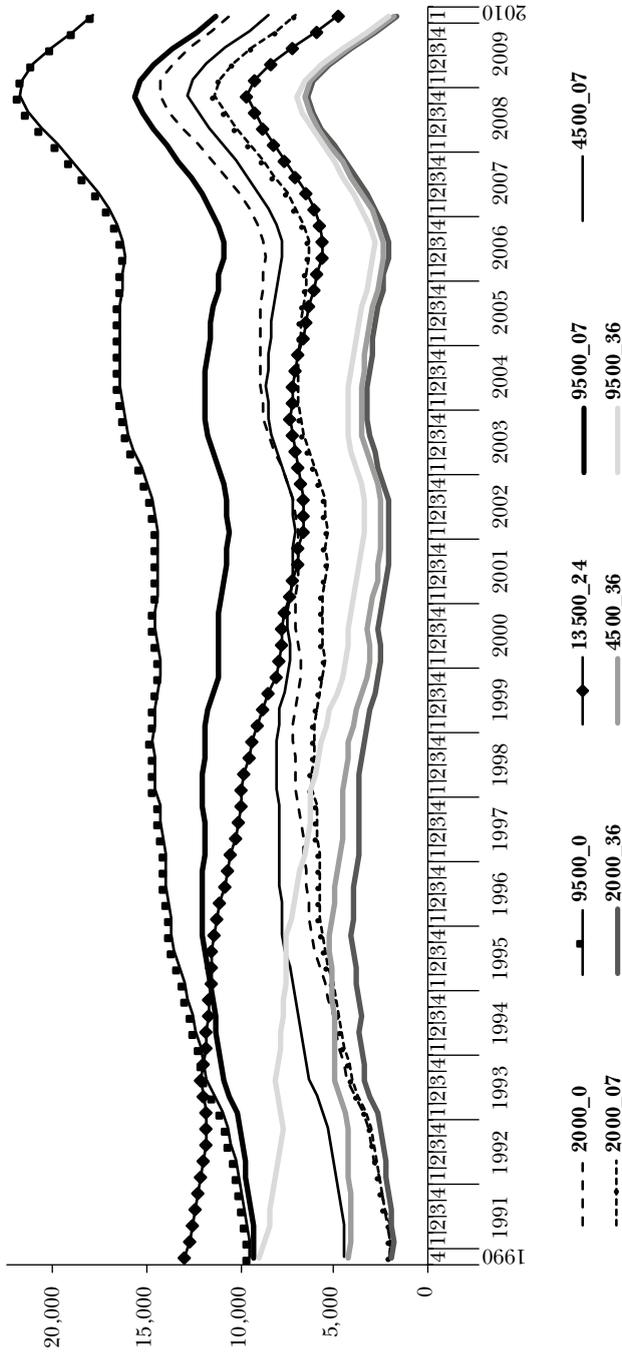
## ANEXOS

### **Anexo A. Saldo agregado de inventarios según el método de inventarios perpetuos**

En la experiencia peruana, los movimientos en la inversión en inventarios han contribuido (amplificado) las fases recesivas desde inicios de los años noventa. Con la crisis financiera en EUA (2007-2008), esta amplificación es más notoria, revelándose un fenómeno de *desmoderación* en contraste con el fenómeno de la *Gran Moderación* observado en los ciclos de los negocios de la economía estadounidense (ver discusión introductoria). En todo caso, la elevada volatilidad de las tasas de crecimiento de la inversión en inventarios en Perú (ver el cuadro 2) señala la necesidad de utilizar una serie calibrada del saldo agregado de inventarios en vez de la serie de variación de inventarios.

Gráfica A.1

SECUENCIAS ALTERNATIVAS PARA EL SALDO DE INVENTARIOS EN MILLONES DE SOLES DE 1994  
1990t4-2010t1



Este anexo hace explícito los supuestos utilizados para calibrar una serie del saldo agregado de inventarios. Esta se obtiene a partir de los datos de la variación de inventarios mediante dos supuestos cuantitativos: 1) el saldo inicial de inventarios y 2) la tasa de depreciación. La gráfica A.1 presenta un conjunto de secuencias alternativas con saldos iniciales entre 2,000 y 13,500 millones de soles de 1994 para el primer trimestre de 1990, así como tasas de depreciación trimestral entre 0.0% y 3.6% (una tasa de 2.4% corresponde a la del capital físico que se deprecia en 10 años).

Todas estas secuencias del saldo de inventarios indican que, antes de que la crisis internacional del 2008 afectara a la mayoría de economías de la región (2008t3), en Perú se había estado registrando una fuerte acumulación de inventarios que alcanzó su máximo en el 2008t4, poco después de que se percibieran sus efectos iniciales sobre variables financieras como el tipo de cambio y las tasas de interés (agosto de 2008). En términos del saldo de inventarios, el efecto de la crisis es evidente desde inicios del 2009 bajo la forma de una desacumulación sin precedente en la muestra disponible (1990t4-2010t1).

Todas las desacumulaciones asociadas a las crisis financieras de 1995, 1998-1999 y 2001 aparecen como de reducida magnitud y por lo general afectan la evolución del saldo de inventarios de manera acumulativa, por ejemplo, cuando se supone una tasa de depreciación mayor a la del capital físico (por ejemplo, con una tasa trimestral de 3.6%) y 2,000 millones o 4,500 millones de saldo inicial. Si se desea reducir la preponderancia de la fuerte acumulación y posterior desacumulación de inventarios asociada a la crisis internacional del 2008 en la muestra, el saldo inicial podría elevarse ligeramente por sobre los 5,000 millones, lo que sería compatible cualitativamente con los niveles elevados de inventarios que se esperaría que hubiera a principios de los noventa.<sup>30</sup> En el presente trabajo se hace explícita la

---

<sup>30</sup> Fujino (1960) hace referencia a los elevados niveles del saldo de inventarios de bienes finales como porcentaje de la demanda en

condicionalidad de todos los resultados respecto a estos dos supuestos cuantitativos: 1) el saldo inicial de inventarios y 2) la tasa de depreciación.<sup>31</sup>

## **Anexo B. Estimación por máxima verosimilitud penalizada**

La estimación de modelos de series de tiempo múltiples típicamente encuentra insalvable el problema de sobreparametrización. Las estrategias usuales para lidiar con este problema han sido los algoritmos de eliminación mediante una secuencia de pruebas de hipótesis (*stepwise*) y mediante una secuencia de criterios de información, logrando así modelos parsimoniosos.

A partir de aplicaciones estadísticas a problemas de regresión penalizada en química y biología (estructuras de moléculas y genotipos) han (re)surgido los estudios de regularización (*shrinkage*) de parámetros, que considera una función de penalización sobre estos, la cual se adiciona a la función que típicamente se optimiza en la estimación de los parámetros (GLS, GMM o MV).<sup>32</sup>

---

algunas industrias japonesas en 1950 o 1951 por la especulación generada en el contexto de la guerra de Corea (junio de 1950 a julio de 1951). Japón apoyó militar, logística y hospitalariamente a las fuerzas aliadas lideradas por Estados Unidos.

<sup>31</sup> Los resultados presentados utilizan una secuencia calibrada del saldo de inventarios que supone un saldo inicial de 2,000 millones de nuevos soles de 1994 y una tasa de depreciación nula (inventarios perpetuos).

<sup>32</sup> El típico estimador MCO minimiza  $SSE(\tilde{\beta}) \equiv (y - x\tilde{\beta})'(y - x\tilde{\beta})$ . Para evitar un potencial problema de multicolinealidad, se ideó el estimador *ridge*  $\tilde{\beta} \equiv [x'x + \lambda Q]^{-1} x'y$ , que minimiza  $SSE(\tilde{\beta}) \equiv SSE(\tilde{\beta}) + \lambda \tilde{\beta}' Q \tilde{\beta}$ , donde  $Q$  debe ser una arbitraria matriz positivamente definida y  $\lambda > 0$  para que el estimador MCO se *regularice* (ver Firinguetti y Rubio, 2000, para referencias y una generalización). Regresando a nuestro contexto, un estimador

En el caso de la estimación MV, la función de pérdida que se minimiza es el negativo de la log-verosimilitud, que denotamos como  $L(\theta)$ , donde  $\theta$  es el vector de parámetros. En un sistema con múltiples variables, este vector  $\theta$  puede descomponerse en dos bloques: los interceptos  $\alpha$  y todos los demás parámetros  $\beta$ , para definir la función de pérdida penalizada como

$$\text{B.1} \quad g(\theta) \equiv L(\theta) + P_\lambda(\beta),$$

donde  $P_\lambda(\beta)$  es una de las tres funciones de penalización disponibles en la literatura (ver McCann y Welsch, 2006, y Ulbricht y Tutz, 2007), que dependen de parámetros de sintonización  $\lambda_i$  (positivos):

1) *Lasso* o *L1* (ceros fuertes; Tibshirani, 1996),

$$P_\lambda(\beta) \equiv \lambda \sum_{i=1}^q |\beta_i|.$$

2) *Ridge* o *L2* (contra sobreparametrización),

$$P_\lambda(\beta) \equiv \lambda \sum_{i=1}^q \beta_i^2.$$

3) *Red elástica* (*L1* y *L2*),  $P_\lambda(\beta) \equiv \lambda_1 \sum_{i=1}^q |\beta_i| + \lambda_2 \sum_{i=1}^q \beta_i^2$ .

La razón más directa para optimizar esta nueva función de pérdida es claramente la de estimar los parámetros y al mismo tiempo seleccionar la especificación (Fan y Li, 1999). Esta selección de modelos es aparentemente más directa que la alternativa de realizar una secuencia de pruebas de hipótesis. Sin embargo, la motivación principal es reducir el error cuadrático medio (ECM) muestral. Un conocido resultado de la econometría es que el estimador de MV sobrestima la longitud del verdadero vector de parámetros cuando los regresores no son ortogonales entre sí, induciendo un sesgo importante en el estimador MV. La minimización de este sesgo dio lugar a la familia de estimadores *ridge* (ver Fomby *et al.*, 1984, pp. 300-302

---

parsimonioso pertenece a esta misma familia de estimadores porque con  $Q=I$  se obtiene la versión penalizada de  $SSE(\tilde{\beta})$ .

y referencias), específicamente un estimador MV con restricciones o penalidades.

Sin embargo, de manera similar a la familia de estimadores *ridge* (ver nota 29), es necesario determinar los parámetros de sintonización  $\lambda > 0$  mediante un conjunto de estimaciones para diferentes valores de  $\lambda$ .<sup>33</sup>

## B.1 Sintonización de los parámetros $\lambda$ en modelos VARNN-ARCH

Definamos el estimador que utilizaremos como

$$\hat{\theta}(\lambda) \equiv \arg \min \{g(\theta)\}.$$

Los *parámetros de sintonización*  $\lambda$  básicamente son multiplicadores de Lagrange y suelen determinarse de modo tal que el error cuadrático medio (ECM) asintótico del estimador  $\hat{\theta}(\lambda \neq 0)$  sea menor que la varianza asintótica del estimador de MV,  $\hat{\theta}(\lambda = 0)$ . Esta determinación es directa en un problema sencillo como una regresión lineal, pero en general requiere, para el caso de la *red elástica*, de un algoritmo de búsqueda en una malla en  $\mathbb{R}_{++}^2$  con simulación en cada punto de la misma, un procedimiento demasiado costoso computacionalmente para un modelo VARNN-ARCH.

La alternativa es definir su optimización como un *aprendiz débil*, es decir,  $(\lambda_1, \lambda_2)$  con valores elevados para forzar cambios pequeños en cada iteración de la maximización verosímil

---

<sup>33</sup> La complejidad del problema de optimización que resulta, para cada valor fijo de  $\lambda$ , es considerablemente mayor, por lo que enfrentarlo varias veces para llenar una parrilla y seleccionar así los parámetros de sintonización (y los parámetros  $\beta$  asociados) resulta excepcionalmente costoso en términos computacionales. Para el caso sencillo de una regresión *lasso*, se ha propuesto un conjunto de algoritmos (ver Wu y Lange, 2008).

y obtener así estimados más estables (Ulbricht y Tutz, 2007).<sup>34</sup> La ventaja de esta penalización de la verosimilitud es que el entrenamiento y el podado de la red neuronal se realizan en paralelo, por lo que la red neuronal puede adaptarse para minimizar los errores asociados al podado (ver Reed, 1993). Esta alternativa fue la primera en ser utilizada para el modelo VAR-NN-ARCH, sin que se lograra converger luego de un número elevado de iteraciones.

Luego de forzar cambios demasiado pequeños con valores elevados para  $(\lambda_1, \lambda_2)$ , se utilizó valores *ad hoc* a partir de la propuesta de Fan y Li (1999), es decir,

**B.3**

$$\lambda_i = \sqrt{2 \log(nparam)},$$

donde *nparam* es el número total de parámetros  $\theta$  en el modelo. Esta estrategia no logró converger para un número incluso mayor de iteraciones (tres millones). Los resultados presentados en esta versión del documento utilizan los parámetros no estructurales del VAR-NN-ARCH estimados usando esta estrategia.

## **B.2 Alternativa a un parámetro de sintonización único**

Finalmente, se obtuvo resultados con la maximización truncada (al alcanzar el número máximo de iteraciones y sin converger) de la función de verosimilitud penalizada por una función *lasso* usando el valor de la ecuación anterior para el único parámetro de sintonización. Estos resultados han permitido estimar la estructura contemporánea propuesta y realizar pruebas *tentativas* sobre ella (no serían tentativas si se hubiera

---

<sup>34</sup> De hecho, en los problemas no lineales de clasificación que son típicas aplicaciones de las redes neuronales, la optimización de la función objetivo  $L(\theta)$  se estabiliza cerca de un conjunto de valores que se considera deseable definiendo estas penalidades de *regularización* y fijando los parámetros  $(\lambda_1, \lambda_2)$  mediante otros criterios. Ver Jaakkola (2006).

logrado la convergencia exigida), lo que se ha reflejado en la poca precisión de las proyecciones generadas. Aunque la convergencia no se ha producido luego de un número prohibitivo de iteraciones, en esta subsección se presenta una estrategia alternativa de sintonización propuesta por Wang *et al.* (2007).

Wang *et al.* (2007) proponen desechar la penalidad *lasso* con un único parámetro de sintonización debido al potencialmente importante sesgo que genera y utilizar múltiples parámetros de sintonización, de hecho, uno para cada parámetro de la función de verosimilitud sin penalizar.

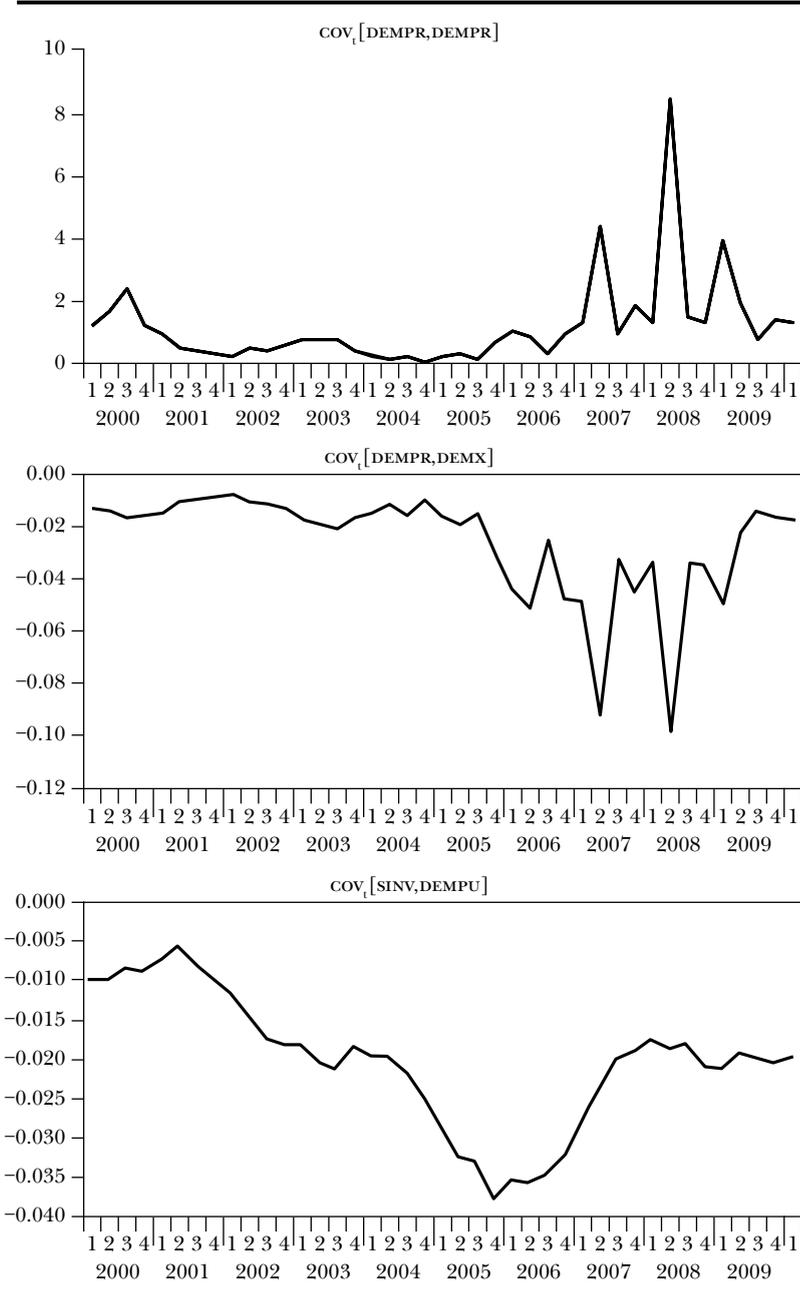
B.4

$$\lambda_i = \frac{\log(n\text{param})}{n\text{param}\lambda_i}.$$

La mayor complejidad paramétrica en la función de penalización propuesta por Wang *et al.* (2007) es enfrentada mediante una provechosa estrategia para estimar todos los parámetros de sintonización en una primera etapa de optimización de la verosimilitud sin penalizar, para luego usar dichos estimados en una segunda etapa de optimización de la verosimilitud penalizada. Otra ventaja de esta estrategia es la de solucionar el problema de la falta de propiedades asintóticas requeridas para realizar pruebas estadísticas cuando sólo hay un parámetro de sintonización.

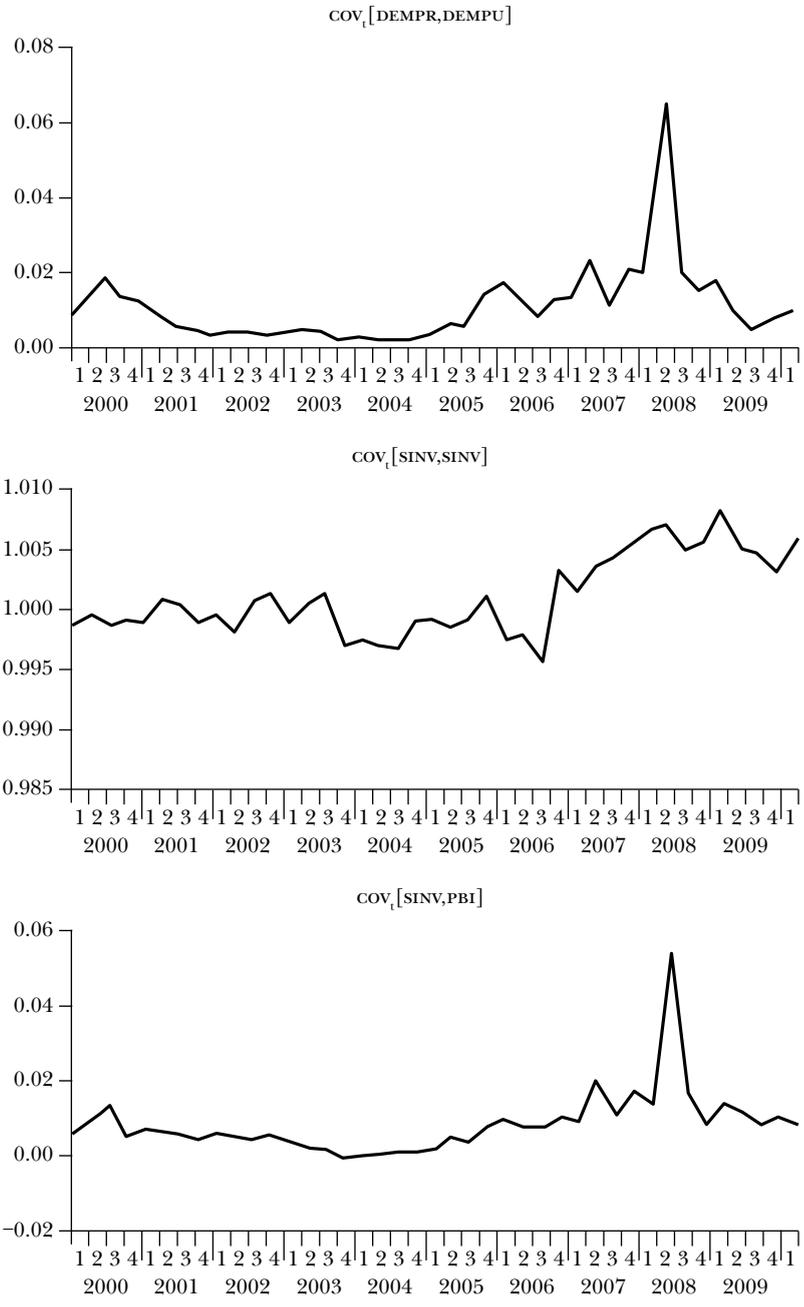
**Anexo C. Evolución de las covarianzas condicionales, 200t1-2010t1 (estandarizadas)**

**Gráfica C.1**



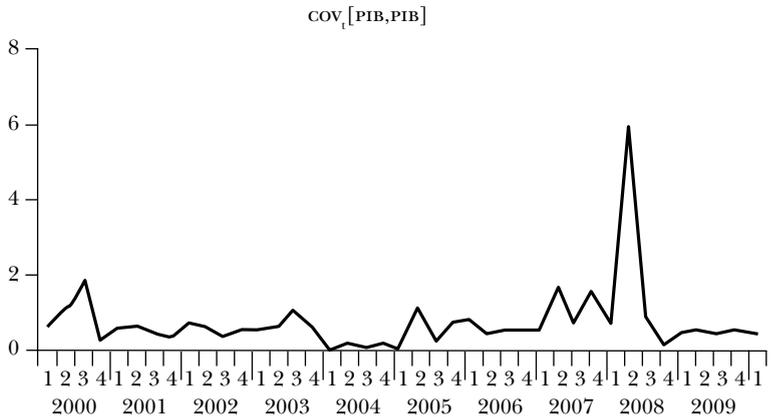
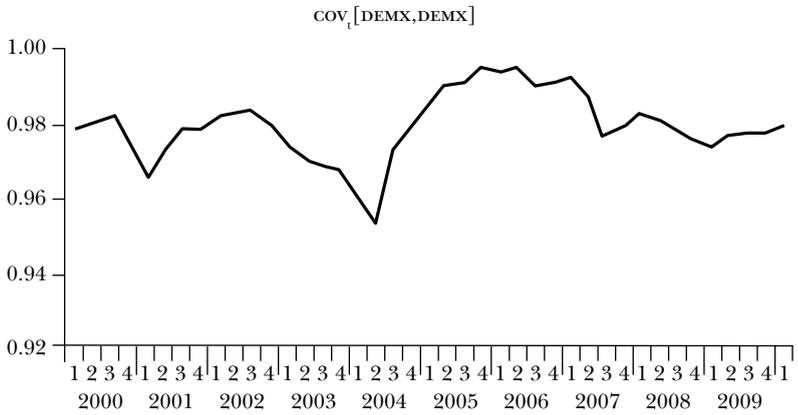
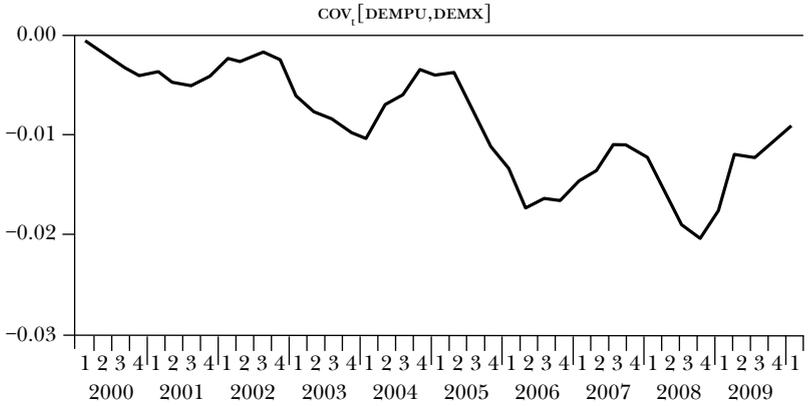


Gráfica C.1 (cont.)





Gráfica C.2 (cont.)



## Bibliografía

- Alessandria, George, Joseph Kaboski y Virgiliu Midrigan (2010), “The Great Trade Collapse of 2008-09: An Inventory Adjustment?”, *IMF Economic Review*, vol. 58, núm. 2, diciembre, pp. 254-294.
- Barrera, Carlos (2009), *Ciclos sectoriales de los negocios en el Perú e indicadores anticipados para el crecimiento del PIB no primario*, Documento de Trabajo, Banco Central de Reserva del Perú, núm. 2009-013.
- Barrera, Carlos (2010), *Redes neuronales para predecir el tipo de cambio diario*, Documento de Trabajo, Banco Central de Reserva del Perú, núm. 2010-01.
- Barrera, Carlos (2011), *Impacto amplificador del ajuste de inventarios ante choques de demanda según especificaciones flexibles*, Documento de Trabajo, Banco Central de Reserva del Perú, núm. 2011-009.
- Blanchard, Olivier J. (1983), “The Production and Inventory Behavior of the American Automobile Industry”, *Journal of Political Economy*, vol. 91, núm. 3, junio, pp. 365-400.
- Blinder, Alan S. (1982), “Inventories and Sticky Prices: More on the Microfoundations of Macroeconomics”, *American Economic Review*, vol. 72, núm. 3, junio, pp. 334-348, <<https://www.jstor.org/stable/1831536>>.
- Blinder, Alan S. (1986a), “Can the Production Smoothing Model of Inventory Behavior Be Saved?”, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 101, núm. 3, agosto, pp. 431-453, <<https://doi.org/10.2307/1885691>>.
- Blinder, Alan S. (1986b), “More on the Speed of Adjustment in Inventory Models”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, vol. 18, núm. 3, agosto, pp. 355-365, <DOI: 10.2307/1992386>.
- Blinder, Alan S., y Louis J. Maccini (1991), “Taking Stock: A Critical Assessment of Recent Research on Inventories”, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 5, núm. 1, pp. 73-96, <DOI: 10.1257/jep.5.1.73>.
- Callen, T. S., S. G. Hall y S. G. B. Henry (1990), “Manufacturing Stocks: Expectations, Risk and Co-integration”, *The Economic Journal*, vol. 100, núm. 402, septiembre, pp. 756-772, <DOI: 10.2307/2233657>.

- Cuthbertson, Keith, y David Gasparro (1993), "The Determinants of Manufacturing Inventories in the UK", *The Economic Journal*, vol. 103, núm. 421, noviembre, pp. 1479-1492, <DOI: 10.2307/2234478>.
- Davis, Steven J., y James A. Kahn (2008), "Interpreting the Great Moderation: Changes in the Volatility of Economic Activity at the Macro and Micro Levels", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 22, núm. 4, pp. 155-180, <DOI: 10.1257/jep.22.4.155>.
- Ding, Zhuangxin, y Robert F. Engle (2001), "Large-scale Conditional Covariance Matrix Modeling, Estimation, and Testing", *Academia Economic Papers*, vol. 29, núm. 2, pp. 157-184.
- Dorffner, Georg (1996), "Neural Networks for Time Series Processing", *Neural Network World*, vol. 4, núm. 6, pp. 447-468.
- Eaton, Jonathan, Samuel Kortum, Brent Neiman y John Romalis (2011), *Trade and the Global Recession*, NBER Working Paper, núm. 16666, enero, <<http://www.nber.org/papers/w16666>>.
- Ebrahim, Shafiq K. (2000), *Volatility Transmission between Foreign Exchange and Money Markets*, Working Paper, Bank of Canada, núm. 2000-16.
- Eggers, Andrew, y Yannis M. Ioannides (2006), "The Role of Output Composition in the Stabilization of US Output Growth", *Journal of Macroeconomics*, vol. 28, núm. 3, pp. 585-595, <<https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2004.09.007>>.
- Eichenbaum, Martin (1989), "Some Empirical Evidence on the Production Level and Production Cost Smoothing Models of Inventory Investment", *The American Economic Review*, vol. 79, núm. 4, septiembre, pp. 853-864, <<https://www.jstor.org/stable/1827937>>.
- Engle, Robert F., y Kenneth F. Kroner (1995), "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", *Econometric Theory*, vol. 11, núm. 1, febrero, pp. 122-150, <<https://doi.org/10.1017/S0266466600009063>>.
- Fan, Jianqing, y Runze Li (1999), *Variable Selection Via Penalized Likelihood*, documento de trabajo inédito, Department of Statistics, UCLA y UNC.
- Firinguetti, Luis, y Hernán Rubio (2000), *A Note on the Moments of Stochastic Shrinkage Parameters in Ridge Regression*, Documentos de Trabajo, Banco Central de Chile, núm. 65.
- Fomby, Thomas B., Carter Hill y Stanley R. Johnson (1984), *Advanced Econometric Methods*, Springer-Verlag, 624 páginas.

- Fujino, Shozaburo (1960), "Some Aspects of Inventory Cycles", *The Review of Economics and Statistics*, vol. 42, núm. 2, mayo, pp. 203-209, <DOI: 10.2307/1926540>.
- Granger, Clive W. J., y Timo Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relations*, Oxford University Press, 200 pp.
- Hamilton, James (2008), "Macroeconomics and ARCH", ponencia presentada en la Festschrift Conference in Honor of Robert F. Engle, San Diego (21 de junio).
- Jaakkola, Tommi (2006), Machine learning 6.867, otoño, MIT OpenCourseWare.
- Kahn, James A. (1987), "Inventories and the Volatility of Production", *The American Economic Review*, vol. 77, núm. 4, septiembre, pp. 667-679, <<https://www.jstor.org/stable/1814538>>.
- Kahn, James A. (2008), *Durable Goods Inventories and the Great Moderation*, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports, núm. 325, mayo.
- Kahn, James A., Margaret M. McConnell y Gabriel Pérez-Quirós (2002), "On the Causes of the Increased Stability of the US Economy", *Economic Policy Review*, vol. 8, núm. 1, mayo, pp. 183-202.
- Kahn, James A., y Margaret M. McConnell (2002), "Has Inventory Volatility Returned? A Look at the Current Cycle", *Current Issues in Economics and Finance*, Federal Reserve Bank of New York, vol. 8, núm. 5, mayo, pp. 1-6.
- Kawakatsu, Hiroyuki (2006), "Matrix Exponential GARCH", *Journal of Econometrics*, vol. 134, núm. 1, septiembre, pp. 95-128, <<https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.06.023>>.
- Koop, Gary, M. Hashem Pesaran y Simon M. Potter (1996), "Impulse Response Analysis in Nonlinear Multivariate Models", *Journal of Econometrics*, vol. 74, núm. 1, septiembre, pp. 119-147, <[https://doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01753-4](https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01753-4)>.
- Kuan, Chung-Ming, y Tung Liu (1995), "Forecasting Exchange Rates Using Feedforward and Recurrent Neural Networks", *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, núm. 4, octubre, pp. 347-364, <<https://doi.org/10.1002/jae.3950100403>>.
- Lütkepohl, Helmut (2005), *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer-Verlag, Berlín, 764 páginas.
- McCann, Lauren, y Roy Welsch (2006), *Simultaneous Robust Estimation and Variable Selection*, documento de trabajo inédito, Department of Statistics, MIT.

- McCarthy, Johathan, y Egon Zakrajšek (2007), “Inventory Dynamics and Business Cycles: What Has Changed?”, *Journal of Money, Credit and Banking*, vol. 39, núm. 2-3, marzo-abril, pp. 591-613, <<https://doi.org/10.1111/j.0022-2879.2007.00037>>.
- McConnell, Margaret M., y Gabriel Pérez-Quirós (2000), “Output Fluctuations in the United States: What Has Changed since the Early 1980s?”, *The American Economic Review*, vol. 90, núm. 5, diciembre, pp. 1464-1476, <<https://www.jstor.org/stable/2677860>>.
- Metzler, Lloyd A. (1941), “The Nature and Stability of Inventory Cycles”, *Review of Economics and Statistics*, vol. 23, núm. 3, agosto, pp. 113-129, <DOI: 10.2307/1927555>.
- Nelson, Daniel B. (1991), “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach”, *Econometrica*, vol. 59, núm. 2, marzo, pp. 347-370, <DOI: 10.2307/2938260>.
- Ramey, Valerie A. (1991), “Nonconvex Costs and the Behavior of Inventories”, *Journal of Political Economy*, vol. 99, núm. 2, abril, pp. 306-334.
- Reed, Russell D. (1993), “Pruning Algorithms: A Survey”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 4, núm. 5, septiembre, pp. 740-747, <DOI: 10.1109/72.248452>.
- Shachmurove, Yochanan (2002), *Applying Artificial Neural Networks to Business, Economics and Finance*, CARESS Working Paper, Dept. of Economics, University of Pennsylvania, núm. 02-08.
- Sensier, Marianne (2003), “Inventories and Asymmetric Business Cycle Fluctuations in the UK: A Structural Approach”, *Applied Economics*, vol. 35, núm. 4, pp. 387-402, <<https://doi.org/10.1080/00036840210128735>>.
- Simon, John (2001), *The Decline in Australian Output Volatility*, Research Discussion Paper, Economic Research, núm. 2001-01, Reserve Bank of Australia.
- Tibshirani, Robert (1996), “Regression Shrinkage and Selection via the Lasso”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, vol. 58, núm. 1, enero, pp. 267-288, <<https://www.jstor.org/stable/2346178>>.
- Ulbricht, Jan, y Gerhard Tutz (2007), *Boosting Correlation-based Penalization in Generalized Linear Models*, Technical Report, Department of Statistics, University of Munich, núm. 009.2007.

- Wang, Hansheng, Guodong Li y Guohua Jiang (2007), “Robust Regression Shrinkage and Consistent Variable Selection Through the LAD-Lasso”, *Journal of Business and Economics Statistics*, vol. 25, núm. 3, julio, pp. 347-355, <<https://doi.org/10.1198/073500106000000251>>.
- West, Kenneth D. (1990), “The Sources of Fluctuations in Aggregate Inventories and GNP”, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 105, núm. 4, noviembre, pp. 939-971, <DOI: 10.2307/2937880>.
- Wu, Tong Tong, y Kenneth Lange (2008), “Coordinate Descent Algorithms for Lasso Penalized Regression”, *Annals of Applied Statistics*, vol. 2, núm.1, pp. 224-244.

